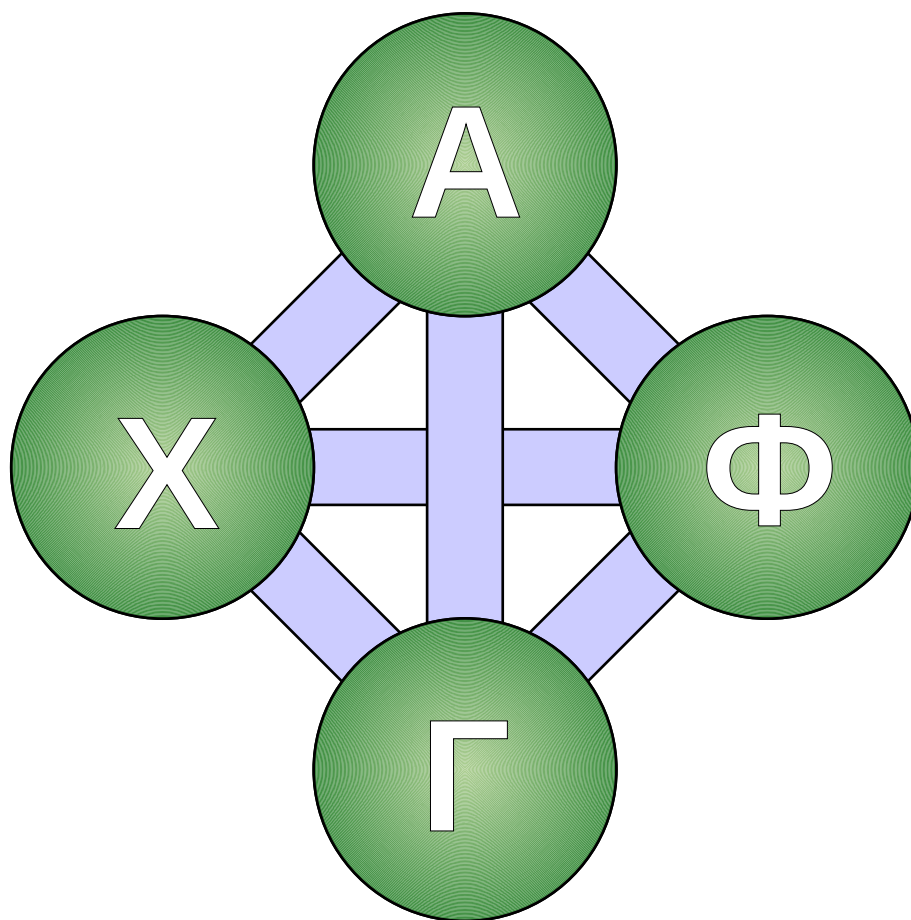


Широков А.Е.

# ШКОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

онлайн-сборник упражнений  
(редакция от 17.01.2025)



Нижний Новгород, 2024 – 2025

## Содержание:

Предисловие автора.....	3
Тематические серии.....	4
Алгебра.....	5
Геометрия.....	10
Физика.....	12
Химия.....	13
Ответы.....	15

## ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Уважаемый читатель! Вашему вниманию предлагается задачник с упражнениями по алгебре, геометрии, физике и химии. Адресуется он прежде всего старшекласникам, интересующимся углублённым изучением упомянутых предметов. Имеющиеся в нём задания я рекомендую попробовать решить самостоятельно и ничего страшного, если что-то из предложенного окажется слишком «крепким орешком» – где посмотреть ход решения, будет сказано чуть ниже. Также выражаю надежду, что и школьным учителям содержимое задачника сможет оказаться полезным при планировании занятий.

В заголовке неспроста упомянуто, что сборник является онлайн-овым. Означает это следующее. Задачник более-менее регулярно пополняется и обновление его pdf-файла осуществляется по мере публикации разборов решения новых заданий на персональных сайте ([shurichimik.narod.ru](http://shurichimik.narod.ru)) и дзен-канале ([https://dzen.ru/shuric\\_himik](https://dzen.ru/shuric_himik)) – таким образом сам сборник оказывается тесно связан с имеющимися в открытом доступе в Сети материалами. Данное обстоятельство обуславливает характер нумерации задач (хронологический) и для удобства упражнения по каждой дисциплине сгруппированы в тематические серии, причём внутри каждой из них я постарался расположить задания в порядке нарастания сложности. Некоторые задачи указаны по несколько раз, так как по своему смыслу могут быть отнесены к разным сериям.

Номера у части упражнений имеют дополнительное обозначение в виде строчной буквы. У таких заданий нет отдельной интернет-публикации, посвящённой их решению, но подход к нему намечен в разборе задачи с аналогичным порядковым номером (например, А-25в и А-25). В тематических сериях подобные добавочные упражнения не указываются.

Отдельное внимание я постарался уделить такой важной с педагогической точки зрения вещи, как межпредметные связи. Номера заданий, которые тем или иным образом связаны с другими изучаемыми в школе дисциплинами или обладают непосредственной практической применимостью, имеют подчёркивание.

Онлайн-сборник упражнений «Школьные задачи», будучи продуктом творческой деятельности, хоть и является моей интеллектуальной собственностью, однако позиционируется как свободно распространяемое произведение. Под этим понимается, что для личного пользования или в учебно-просветительских целях любой желающий имеет право: а) бесплатно загрузить себе с моего сайта копию этого сборника в виде файла формата PDF; б) разместить указанный файл на каком-либо интернет-ресурсе при условии обязательного указания автора и ссылки на мой сайт. Я не разрешаю без моего ведома коммерческое распространение и тиражную печать сборника, а также самовольное изменение имеющейся в его pdf-файле информации (в том числе преобразование в файлы других форматов) и дальнейшее распространение в таком модифицированном виде.

В свою очередь, несмотря на то, что все задачи в сборнике придуманы самостоятельно, нельзя исключить ситуацию, когда задание, подобное имеющемуся у меня, могло быть уже составлено кем-то другим (одни и те же идеи иногда приходят в голову разным людям). В связи с этим вынужден попросить своих уважаемых читателей обязательно сообщить, если действительно в более ранних сетевых публикациях или печатных изданиях обнаружится что-то из представленного – при наличии оснований мне нетрудно признать чужой приоритет и сослаться на истинный первоисточник. Также весьма ценной для меня будет информация об обнаруженных в оформлении задач и их решений возможных недочётах (опечаток и т. п.), ибо благодаря регулярной редактируемости имеется возможность их исправить.

# ТЕМАТИЧЕСКИЕ СЕРИИ

## Алгебра

- решение уравнений: А-8, А-12, А-9, А-15
- решение уравнений с целой и дробной частями числа: А-40, А-46, А-47, А-48, А-49, А-50, А-53, А-52, А-51
- построение графика функции: А-4, А-5, А-44
- построение графика функции: А-32, А-33, А-31, А-34, А-38, А-58, А-57
- построение графика функции, выражение которой содержит дробную часть числа: А-17, А-39, А-18, А-19, А-20, А-21, А-22
- построение графика функции, выражение которой содержит целую часть числа: А-35, А-36, А-37, А-39
- построение графика уравнения: А-16, А-11, А-25, А-23, А-24
- построение графика уравнения: А-10, А-26, А-29, А-30, А-1
- построение множества точек, координаты которых удовлетворяют условию: А-27, А-54, А-55
- построение множества точек, координаты которых удовлетворяют набору условий: А-6, А-2, А-3, А-7, А-28
- вычисление значения интеграла: А-41, А-42, А-45
- разные задачи: А-56, А-13, А-14, А-43

## Геометрия

- задачи на построение: Г-2, Г-6, Г-7
- соотношение между длиной и производной площади: Г-13, Г-8, Г-9, Г-10
- соотношение между площадью и производной объёма: Г-8, Г-11, Г-14, Г-18
- сумма частных производных: Г-13, Г-18
- нахождение векторов, угол между которыми задан: Г-15, Г-16, Г-17
- разные задачи: Г-1, Г-4, Г-5, Г-3

## Физика

- астрономия: Ф-2, Ф-4
- разные задачи: Ф-1, Ф-3

## Химия

- нахождение формулы вещества по данным о продуктах его реакции: Х-15, Х-1, Х-2
- определение вещества с учётом данных о плотности его паров: Х-4, Х-5, Х-3
- задачи на правило креста: Х-11, Х-10, Х-12, Х-9
- подбор коэффициентов в уравнении реакции: Х-17, Х-16, Х-18
- разные задачи: Х-6, Х-13, Х-8, Х-7, Х-14

## АЛГЕБРА

**A-1** Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:

$$x^2 + y^2 = |2x| + |2y| - 1$$

**A-2** Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

$$\begin{cases} |y| \geq x^2 \\ |x| \geq y^2 \end{cases}$$

**A-3** Дана система неравенств:

$$\begin{cases} |y| \geq x^2 - 1 \\ |x| \geq y^2 - 1 \end{cases}$$

а) Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют данной системе.

б) Определите у получившейся фигуры координаты точек, наиболее удалённых от начала координат.

Построить график функции:

**A-4**

$$y = \frac{1}{2} \cdot (|x^2 - 1| - (x^2 - 1))$$

**A-5**

$$y = ||x| - 1| - (|x| - 1)$$

**A-6** Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют следующей системе неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ x^2 - 6x + y^2 \geq 7 \end{cases}$$

**A-7** Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему набору условий:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 8 \cdot (|x| + |y|) \\ 20|x| + \sqrt{(y+20) \cdot |y+20|} \leq 20 \end{cases}$$

**A-8** Решите уравнение:

$$3x|x| - 28 = 6\sqrt{3}$$

**A-8a\*** Вычислить:

$$\sqrt{2} - \sqrt{\sqrt{9} - \sqrt{8}}$$

**A-9** Решите уравнение:

$$\cos^4 x - 1111 \cdot \cos^3 x - 112110 \cdot \sin^2 x - 1111000 \cdot \cos x + 1112110 = 0$$

Построить график уравнения:

**A-10**

$$\sin x = \sin y$$

**A-11**

$$|y| = \sin x$$

**A-12** Решите уравнение:

$$e^{4x} + \sqrt{e} = (\sqrt{e} + 1) \cdot e^{2x}$$

\* См. также заметку «Школьные задачи» (URL: <https://shurichimik.narod.ru/consideration/05school-tasks/05school-tasks.htm>).

**A-13** Найти значение выражения, если  $n$  – натуральное, а  $m$  – целое:

$$\sqrt{n+m} \cdot \sqrt{n+m} \cdot \sqrt{n+m} \cdot \dots$$

Разложить на множители:

**A-14**  $m^5 + m^4n + m^3n^2 + m^2n^3 + mn^4 + n^5$

**A-14a**  $m^5 + 2m^4 + 4m^3 + 8m^2 + 16m + 32$

**A-14б**  $a^5 + 3a^4 + 9a^3 + 27a^2 + 81a + 243$

**A-14в**  $x^5 + 0,1x^4 + 0,01x^3 + 0,001x^2 + 0,0001x + 0,00001$

**A-15** Найти все корни уравнения:  $z^5 + 2z^4 + 4z^3 + 8z^2 + 16z + 32 = 0$

**A-16** Изобразить множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:  $y^2 = x^2$

**A-17** Дробная часть числа  $x$  обозначается как  $\{x\}$ . Данная функция определена на всём множестве действительных чисел, область её значений – полуинтервал  $[0; 1)$ , кроме того, она является периодической функцией с периодом, равным 1. С учётом этих данных построить график функции

$$y = \left| \{x\} - \frac{1}{2} \right|$$

Построить график функции:

**A-18**  $y = \left| \{x\}^2 - \frac{1}{2} \right|$

**A-19**  $y = \left| \sqrt{\{x\}} - \frac{1}{2} \right|$

**A-20**  $y = \left| e^{\{x\}} - \frac{(e+1)}{2} \right|$

**A-21**  $y = \left| \sqrt{1 - \{x\}^2} - \frac{1}{2} \right|$

**A-22**  $y = \sqrt{\{x\} \cdot (1 - \{x\})}$

**A-22a**  $y = \frac{1}{2} - \sqrt{\{x\} \cdot (1 - \{x\})}$

Построить график уравнения:

**A-23**  $\{x\} = \{x\}^2 + y^2$

**A-24**  $y^2 = \left( \{x\} - \frac{1}{2} \right)^2$

**A-25**  $y^2 = \sin^4 x$

**A-25a**  $y^2 = \left( \{x\}^2 - \frac{1}{2} \right)^2$

**A-25б**  $y^2 = \left( \sqrt{\{x\}} - \frac{1}{2} \right)^2$

**A-25в**  $y^2 = \left( e^{\{x\}} - \frac{(e+1)}{2} \right)^2$

**A-25г** 
$$y^2 = \left( \sqrt{1 - \{x\}^2} - \frac{1}{2} \right)$$

**A-26** 
$$\operatorname{tg} y = \operatorname{tg} x$$

**A-26а** 
$$\sin(y - x) = 0$$

Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых соответствуют требованию:

**A-27** 
$$|y| \leq \sin^2 x + 1$$

**A-27а** 
$$|y| \leq \sin x$$

**A-27б** 
$$|y| \leq |x|$$

**A-27в** 
$$|y| \leq \left| \{x\} - \frac{1}{2} \right|$$

**A-27г** 
$$|y| \leq \left| \{x\}^2 - \frac{1}{2} \right|$$

**A-27д** 
$$|y| \leq \left| \sqrt{\{x\}} - \frac{1}{2} \right|$$

**A-27е** 
$$|y| \leq \left| e^{\{x\}} - \frac{e+1}{2} \right|$$

**A-27ж** 
$$|y| \leq \left| \sqrt{1 - \{x\}^2} - \frac{1}{2} \right|$$

**A-27з** 
$$|y| \leq \sqrt{\{x\} \cdot (1 - \{x\})}$$

**A-27и** 
$$|y| \leq \left| \frac{1}{2} - \sqrt{\{x\} \cdot (1 - \{x\})} \right|$$

Изобразить на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

**A-28** 
$$\begin{cases} \{x\} \geq \{x\}^2 + y^2 \\ \{y\} \geq \{y\}^2 + x^2 \end{cases}$$

**A-28а** 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2|x| \\ x^2 + y^2 \leq 2|y| \end{cases}$$

**A-29** Построить график уравнения:

$$\{y\} = \{x\}$$

**A-30** Целая часть числа  $x$  обозначается как  $[x]$ . Под ней понимается наибольшее целое число, не превышающее заданное. Функция  $y = [x]$  определена на всём множестве действительных чисел. С учётом этих данных построить график уравнения:

$$[y] = [x]$$

Построить график функции:

**A-31** 
$$y = \arcsin(\sin x)$$

**A-32** 
$$y = \arccos(\cos x)$$

- A-33**  $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)$
- A-33a**  $y = \operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x)$
- A-34**  $y = \arcsin(\sin x) + \arccos(\cos x)$
- A-35**  $y = [x]^2$
- A-36**  $y = [x^2]$
- A-37**  $y = [\sin x]$
- A-38**  $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) - \operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x)$

**A-39** Под целой частью числа  $x$  (обозначается при помощи квадратных скобок  $[x]$ ) понимается наибольшее целое число, не превышающее заданное. Дробная часть  $x$  обозначается фигурными скобками и определяется как разность между самим числом и его целой частью:  $\{x\} = x - [x]$ . Область определения функций  $y = [x]$  и  $y = \{x\}$  – всё множество действительных чисел, к тому же  $y = \{x\}$  является периодической функцией с периодом, равным 1, а область её значений – полуинтервал  $[0; 1)$ . На основании данной информации построить график функции:

$$y = \left[ \{x\} - \frac{1}{2} \right]$$

**A-39a** Построить график функции:

$$y = \frac{\sin x}{|\sin x|}$$

**A-40** Решите уравнение:

$$[x] = [x]^2$$

**A-41** Найти значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(x) dx,$$

если  $y(x) = \frac{1}{2} \cdot (|x^2 - 1| - (x^2 - 1))$ .

**A-42** Найти значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (||x| - 1| - (|x| - 1)) dx$$

**A-43** Решите неравенство:

$$\left| \frac{|x| - 1 - ||x| - 1|}{2} + 1 \right| \leq 1$$

**A-44** Построить график функции:

$$y(x) = \sqrt{1 - \left( \frac{|x| - 1 - ||x| - 1|}{2} + 1 \right)^2}$$

**A-45** Найти значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{1 - \left( \frac{|x| - 1 - ||x| - 1|}{2} + 1 \right)^2} dx$$

Даны два действительных числа  $a$  и  $b$ , такие, что  $a < b$ . Решите уравнение:

**A-46**  $(x - b) \cdot \left[ \frac{x - a}{b - a} \right] = 0$



$$\text{A-47} \quad \frac{1}{x-a} \cdot \left[ \frac{x-a}{b-a} \right] = 0$$

$$\text{A-47a} \quad \left[ \frac{x-a}{b-a} \right] = 0$$

$$\text{A-47б} \quad \frac{x-b}{x-a} \cdot \left[ \frac{x-a}{b-a} \right] = 0$$

Решите уравнение:

$$\text{A-48} \quad 44[x]\{x\} = [x]$$

$$\text{A-49} \quad 5\{x\}^2 - 28\{x\} + 15 = 0$$

$$\text{A-50} \quad [x^2 + 2x - 3] + 4 = 0$$

$$\text{A-51} \quad [x^2 + 2|x| - 3] = 4$$

$$\text{A-52} \quad [3\{x\}^2 + 8\{x\} - 3] = 0$$

$$\text{A-53} \quad 4[x]\{x\} + 4 = x + 15\{x\}$$

Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых соответствуют требованию:

$$\text{A-54} \quad |y| \leq \sin(\arcsin x) + 1$$

$$\text{A-55} \quad |y| \leq \cos\left(\arccos\left(|x| + \frac{1}{3}\right)\right)$$

**A-56** Доказать, что при  $x \in [-1; 1]$  выполняется тождество:  
 $\sin(\arccos x) = \cos(\arcsin x)$

Построить график функции:

$$\text{A-57} \quad y = \cos(\arcsin(\sin x))$$

$$\text{A-58} \quad y = \sin(\arccos(\cos x))$$

# ГЕОМЕТРИЯ

**Г-1** Доказать, что сумма синусов углов треугольника равна отношению периметра треугольника к диаметру описанной вокруг него окружности.

**Г-2** Дано два равносторонних треугольника. При помощи циркуля и линейки построить третий равносторонний треугольник, площадь которого равна сумме площадей первых двух.

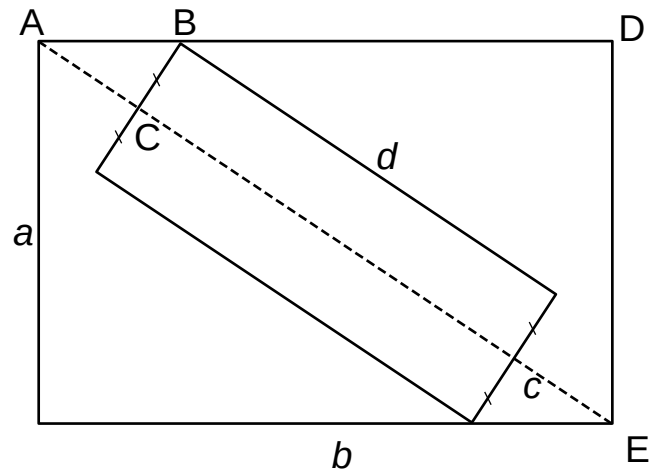
**Г-3** Тетраэдр, у которого все рёбра имеют одинаковую длину, называется правильным, и он обладает следующими свойствами: а) все четыре грани тетраэдра являются равносторонними треугольниками, равными между собой; б) любая его высота пересекает грань в точке, равноудалённой от каждого из рёбер этой грани; в) внутри тетраэдра есть точка, которая равноудалена от его вершин и является точкой пересечения высот тетраэдра.

Найти косинус угла, вершина которого находится в точке пересечения высот тетраэдра, а стороны проходят через любые две его вершины.

**Г-4** Попавший ночью в шторм парусник затонул. Из экипажа выжить удалось лишь одному человеку, который остался на поверхности воды и держится за спасательный круг. На рассвете небо полностью расчистилось от облаков и наступил полный штиль. В 15 км от выжившего оказался ещё один парусный корабль, на мачте которого в «вороньем гнезде» дежурит очень зоркий матрос и с высоты 15 м над водой осматривает море окрест. Сможет ли он увидеть выжившего в кораблекрушении, чтобы сообщить капитану судна о человеке за бортом?

При решении задачи рекомендуется использовать инженерный микрокалькулятор; радиус Земли считать равным 6370 км.

**Г-5\*** Внутри прямоугольника со сторонами  $a$  и  $b$  расположен ещё один прямоугольник со сторонами  $c$  и  $d$  так, как показано на рисунке – одна из диагоналей внешнего проходит через середины сторон внутреннего и две вершины внутреннего лежат на сторонах внешнего. Считая величины  $a$ ,  $b$  и  $c$  известными, найти значение  $d$ .



**Г-6** Даны два отрезка с длинами  $a$  и  $a\sqrt{n}$  ( $a$  – неотрицательное действительное,  $n$  – натуральное). При помощи циркуля и линейки построить отрезок с длиной  $a\sqrt{n+1}$ .

**Г-7** Даны два отрезка с длинами  $a$  и  $a\sqrt{n}$  ( $a$  – неотрицательное действительное,  $n$  – натуральное, равное или большее двух). При помощи циркуля и линейки построить отрезок с длиной  $a\sqrt{n-1}$ .

**Г-8** Дана сфера с радиусом  $R$ . Доказать, что: а) первая производная объёма сферы по радиусу равна её площади; б) вторая производная объёма сферы по радиусу равна учетверённой длине её большой окружности.

\* См. заметку «Подставки для кружек» (URL: <https://shurichimik.narod.ru/compcreative/epoxid-data/10-mug-stand.htm>).

- Г-9** Длина стороны правильного многоугольника равна  $a$ . Найти производную его площади по стороне.
- Г-10** Вокруг правильного многоугольника с числом сторон  $n$  описана окружность радиусом  $R$ . Найти предел отношения производной площади многоугольника  $S$  по радиусу  $R$  описанной окружности к периметру  $P$  этого многоугольника при бесконечном увеличении  $n$ :
- $$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{dS}{dR} \cdot \frac{1}{P} \right)$$
- Г-11** Чему равно отношение производной объёма куба по стороне к площади его поверхности?
- Г-12** Дан правильный тетраэдр с ребром, равным  $a$ . Найти отношение производной его объёма по длине ребра к площади поверхности.
- Г-13** Доказать, что сумма частных производных площади прямоугольника по его сторонам равна полупериметру этой фигуры.
- Г-14** Для правильного октаэдра с длиной ребра  $a$  найти отношение производной его объёма по ребру к площади поверхности.
- Г-15** На плоскости дано два ненулевых вектора с координатами  $(c; c^2)$  и  $(c; c^3)$ . Найти все действительные значения  $c$ , при которых векторы будут взаимно перпендикулярны.
- Г-16** В трёхмерном пространстве заданы два ненулевых вектора с координатами  $(-2c; c; c)$  и  $(c; c^2; c^3)$ . Найти все действительные значения  $c$ , при которых векторы будут взаимно перпендикулярны.
- Г-17** На плоскости дано два ненулевых вектора с координатами  $(c; c)$  и  $(c; c^2)$ . Найти все действительные значения  $c$ , при которых угол между векторами будет равен  $60^\circ$ .
- Г-18** Доказать, что сумма частных производных объёма прямоугольного параллелепипеда по сторонам равна половине площади его поверхности.

## ФИЗИКА

- Ф-1** В лаборатории планируется проведение следующей серии экспериментов на ускорителе по изучению реакций слияния атомных ядер. Предполагается, что при бомбардировке мишени, состоящей из атомов элемента  $\text{Э}_1$ , разогнанными ядрами элемента  $\text{Э}_2$  будет получен изотоп элемента  $\text{Э}_3$ . Если же этот изотоп снова использовать в качестве мишени для обстрела ядрами элемента  $\text{Э}_2$ , то может образоваться изотоп европия, а если элемент  $\text{Э}_3$  бомбардировать ядрами элемента  $\text{Э}_1$ , то получится изотоп диспрозия. Определить, что это за элементы  $\text{Э}_1$ ,  $\text{Э}_2$ ,  $\text{Э}_3$ .
- Ф-2** Планеты Земля, Венера и Юпитер, двигаясь по своим орбитам вокруг Солнца, оказались на одной линии, расположившись в следующем порядке: Солнце – Венера – Земля – Юпитер.  
Какая из планет – Венера или Юпитер – воздействует на Землю с большей силой тяготения и во сколько раз? Радиусы орбит Венеры и Юпитера составляют соответственно 0,723 и 5,203 радиусов орбиты Земли, а массы равны 0,82 и 318 масс Земли.
- Ф-3** По некоторой траектории движется материальная точка. Доказать, что производная её кинетической энергии по скорости равна её импульсу.
- Ф-4** Когда астрономы определили массы и размеры Земли и Луны, встал вопрос о том, почему средние плотности планеты и спутника так различаются – у Луны эта величина оказалась заметно меньшей. Одной из попыток объяснения данного факта была гипотеза (ныне отвергнутая научным сообществом из-за своей несостоятельности), что Луна полая внутри, хотя и состоит из такого же вещества, что и Земля.  
Исходя из фантастического предположения, что внутри Луны действительно есть одна большая сферическая и совершенно пустая полость и считая среднюю плотность вещества Луны равной средней плотности Земли, найдите радиус этой гипотетической полости (в % от лунного). Радиус Луны в 3,67 раз меньше земного, а её масса – в 81,3 раза меньше массы планеты.

## ХИМИЯ

- X-1** Сожгли 14,2 г насыщенного углеводорода, продукты реакции полностью поглотили при пропуске их через избыток баритовой воды, при этом образовалось 197 г осадка. Определить брутто-формулу сожжённого углеводорода.
- X-2** В растворе, содержащем смесь трёх аминокислот А, В и С вырастили культуру бактерий. В продуктах их жизнедеятельности выявлено наличие трипептида А-В-С с молекулярной массой 259, трипептида А-А-С с молекулярной массой 203 и дипептида В-С, молекулярная масса которого составляет 202. Зная, что помимо аминогруппы и карбоксильной группы молекулы А, В и С содержат углеводородный остаток без циклов и кратных связей, установить брутто-формулы этих аминокислот.
- X-3** Монофторпроизводное углеводорода имеет плотность по водороду 31. Что это за вещество и сколько у него изомеров?
- X-4** Дихлорпроизводное алкана имеет плотность паров по водороду 63,5. Какова формула вещества?
- X-5** Фторпроизводное уксусной кислоты имеет плотность паров по воздуху 3,93. Сколько атомов фтора содержит молекула такого вещества?
- X-6** На заводе выплавляли 8,7 т нержавеющей стали с массовой долей хрома 12%. Для плавки использовали взятый со склада феррохром – сплав железа с хромом, в котором массовая доля последнего составляла 58%. Сколько килограммов феррохрома было израсходовано?
- X-7** Вычислить длину ребра куба, равновеликого по объёму всему содержащемуся в земной атмосфере ксенону.  
При решении задачи использовать следующие справочные данные:
- объёмная доля ксенона в воздухе  $\varphi(\text{Xe}) = 8,6 \cdot 10^{-6}\%$ ;
  - масса атмосферы Земли  $m = 5,16 \cdot 10^{18}$  кг;
  - плотность воздуха  $\rho = 1,29$  кг/м<sup>3</sup> (принять данную величину одинаковой на любой высоте от поверхности Земли).
- X-8** В колбу, содержащую 125 г воды, медленно по каплям и при непрерывном перемешивании добавили 24,0 г олеума, массовая концентрация серного ангидрида в котором составляет 3,5%. Какова массовая доля (в %) серной кислоты в получившемся растворе?
- X-9** Было два водных раствора сульфата меди (II). Массовая доля  $\text{CuSO}_4$  в первом составляла 1%, во втором – 4%. При их смешивании получили 240 г третьего раствора, после выдерживания в котором железной пластинки её масса по окончании реакции увеличилась на 0,42 г. Каковы массы первого и второго растворов, взятые для приготовления третьего?
- X-10** Какое максимальное количество творожной массы с жирностью 5% можно приготовить из 500 г обезжиренного творога и 500 г творога с жирностью 9% ?
- X-11** Дано два водных раствора глюкозы. В первом массовая доля растворённого вещества составляет 3%, а во втором – 10%. Сколько этих растворов нужно взять, чтобы при их смешивании получить 196 г раствора с концентрацией глюкозы 8%?
- X-12** Какие объёмы 0,13 М и 0,075 М водных растворов KCN нужно смешать, чтобы получить 4,4 л десятимолярного раствора цианида калия?

- X-13** Средняя молярная масса газовой смеси, состоящей из гелия и гексафторида серы, равна молярной массе силана (при н.у.). Какова объёмная доля (в %) гелия в смеси?
- X-14** В бутылку налили 68 г водного раствора пероксида водорода с массовой концентрацией 30%, добавили туда же щепотку пиролюзита, после чего бутылку сразу герметично закупорили. Температура всего её содержимого по окончании реакции поднялась с 20 °С до 45 °С. Свободный объём бутылки составляет 1,5 л. Каким стало давление (в атм.) газов в бутылке, если до её закупоривания оно составляло 1 атм.?  
При решении задачи пренебречь парообразованием воды, изменениями величины свободного объёма и растворимостей газов, поведение которых также считать идеальным.
- X-15** Взяли 26,12 г этилового эфира одноосновной карбоновой кислоты и полностью омылили его гидроксидом натрия. Из продуктов реакции было выделено 24,58 г натриевой соли этой кислоты. Определить эфир, использовавшийся для проведения реакции.
- X-16** Дано уравнение горения углеводорода состава  $C_nH_{2n+2-2k}$  ( $n$  – число атомов углерода в молекуле;  $k = 0, 1, 2, 4$ ):  

$$x C_nH_{2n+2-2k} + y O_2 = p CO_2 + q H_2O$$
Найти значения коэффициентов уравнения  $x, y, p, q$ .
- X-17** Дано уравнение горения амина состава  $C_nH_{2n+1}NH_2$  ( $n$  – число атомов углерода в молекуле):  

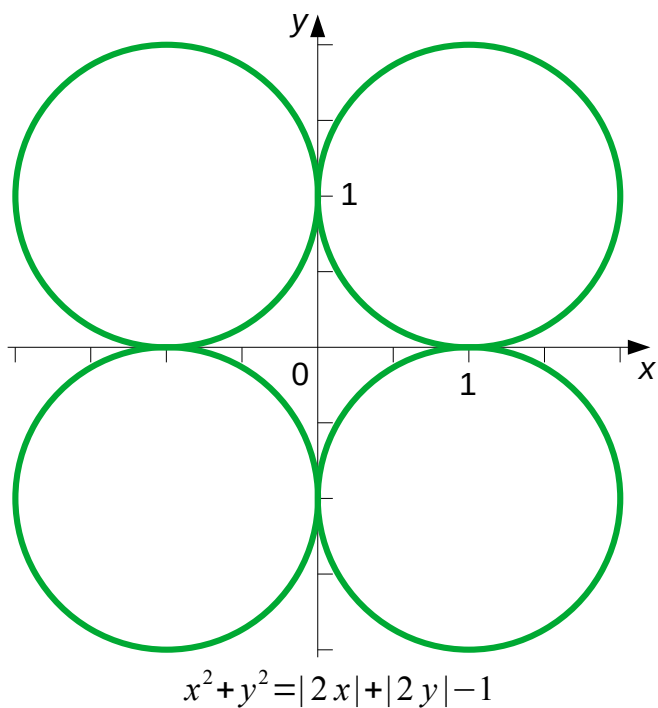
$$p C_nH_{2n+1}NH_2 + q O_2 = x CO_2 + y N_2 + z H_2O$$
Найти значения коэффициентов уравнения  $p, q, x, y, z$ .
- X-18** Дано уравнение горения спирта состава  $C_nH_{2n+2-2k-m}(OH)_m$  ( $n$  – число атомов углерода в молекуле;  $k = 0, 1, 2, 4$ ;  $m = 1, 2, 3$ ):  

$$x C_nH_{2n+2-2k-m}(OH)_m + y O_2 = p CO_2 + q H_2O$$
Найти значения коэффициентов уравнения  $x, y, p, q$ .

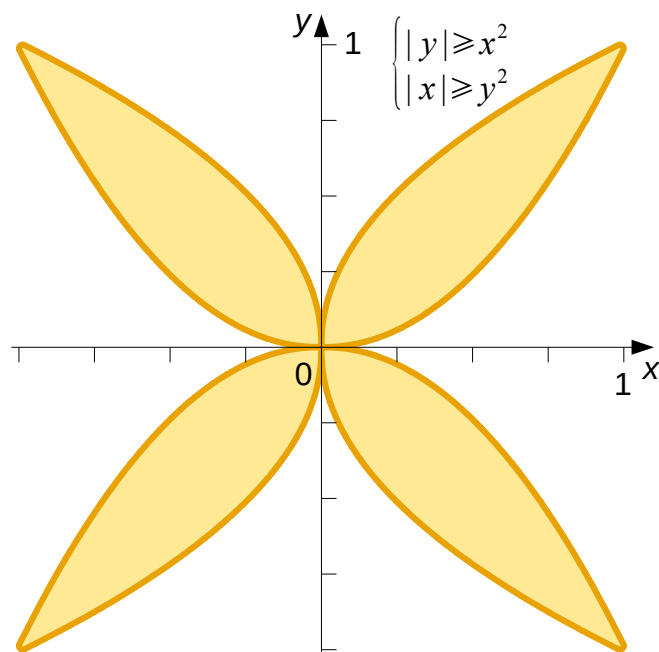
# ОТВЕТЫ

## Алгебра

**A-1.**

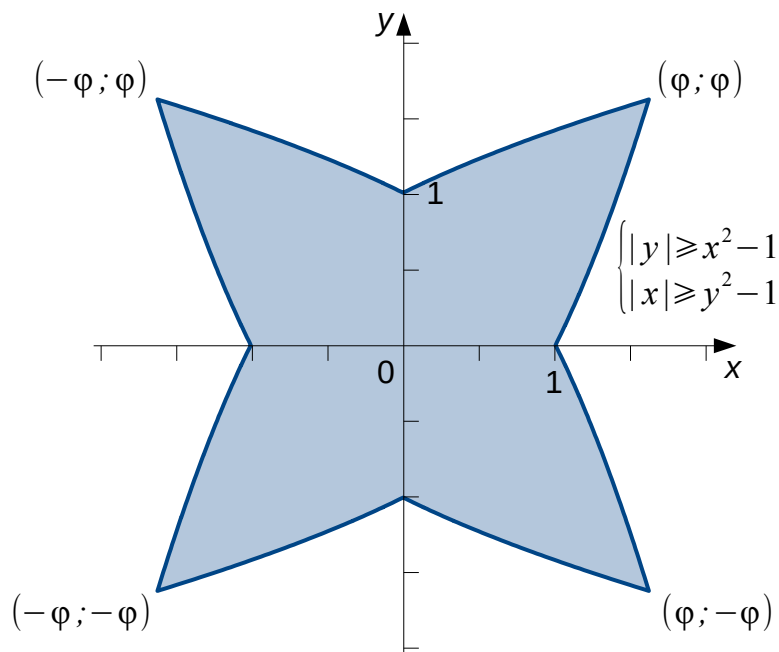


**A-2.**



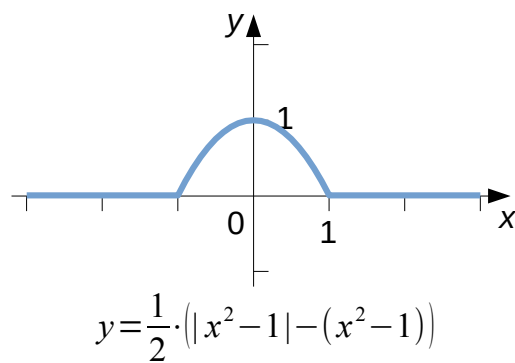
**A-3.**

a)

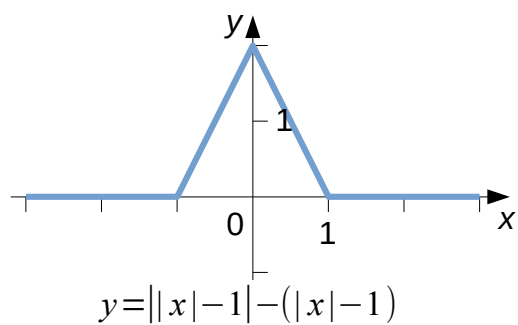


б)  $(\varphi; \varphi)$ ,  $(-\varphi; \varphi)$ ,  $(-\varphi; -\varphi)$ ,  $(\varphi; -\varphi)$ , где  $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

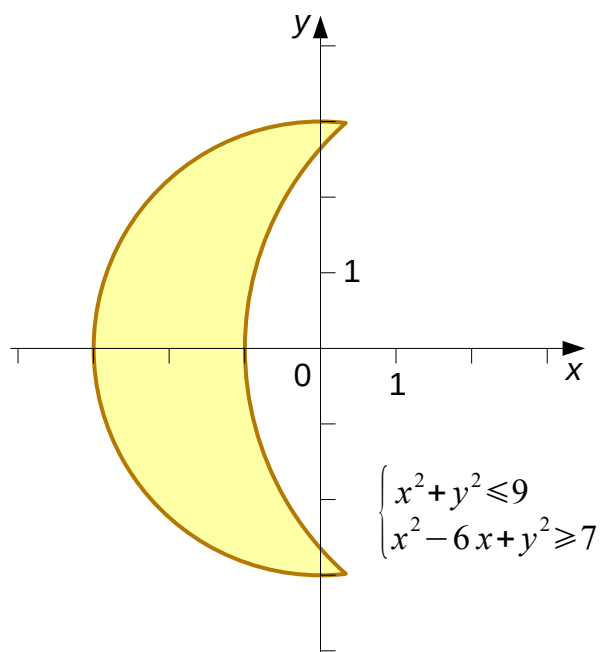
**A-4.**



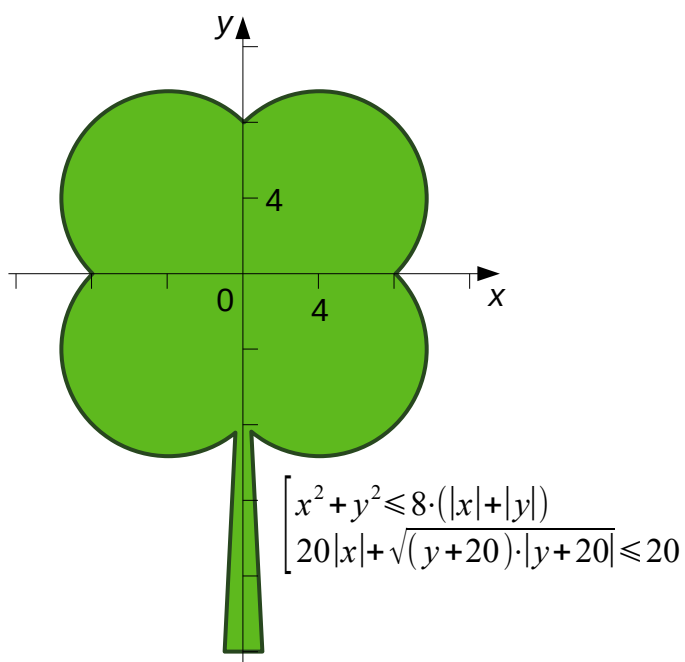
A-5.



A-6.

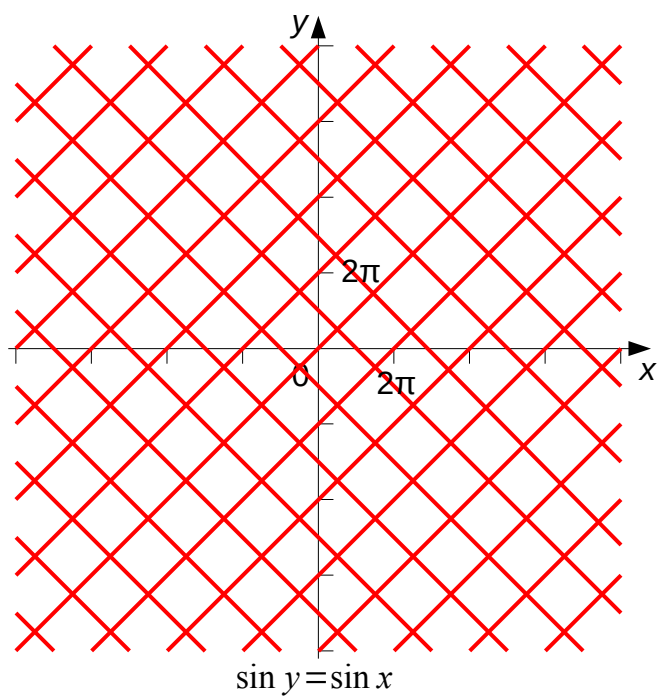


A-7.



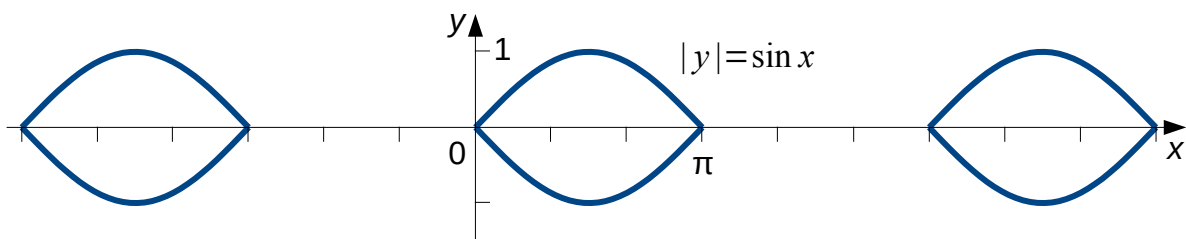
A-8.  $x = 3 + \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; A-8a. 1; A-9.  $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;

A-10.





A-11.

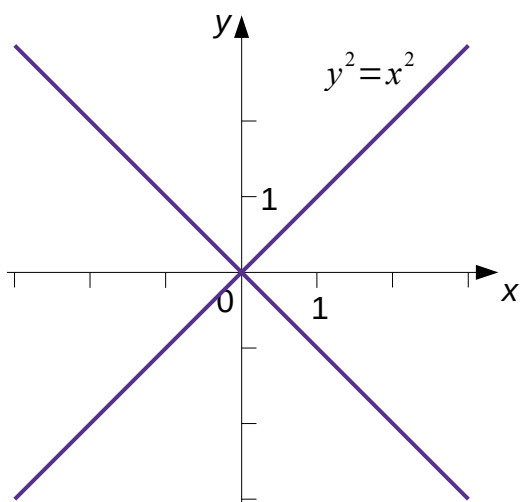


A-12.  $x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = 0$ ; A-13.  $\frac{m + \sqrt{m^2 + 4n}}{2}$ ; A-14.  $(m + n)(m^2 + mn + n^2)(m^2 - mn + n^2)$ ;

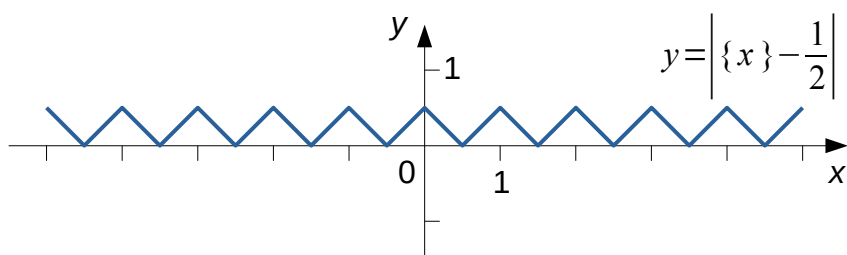
A-14a.  $(m + 2)(m^2 + 2m + 4)(m^2 - 2m + 4)$ ; A-14b.  $(a + 3)(a^2 + 3a + 9)(a^2 - 3a + 9)$ ;

A-14b.  $(x + 0,1)(x^2 + 0,1x + 0,01)(x^2 - 0,1x + 0,01)$ ; A-15  $z_1 = -2, z_{2,3,4,5} = \pm 1 \pm i \cdot \sqrt{3}$ ;

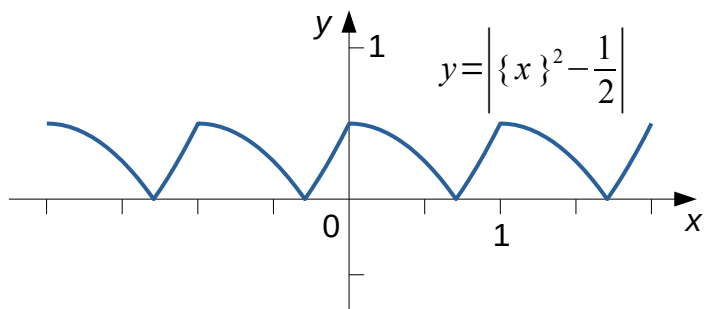
A-16.



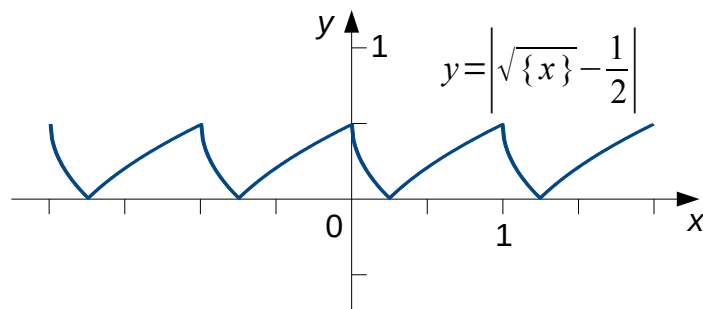
A-17.



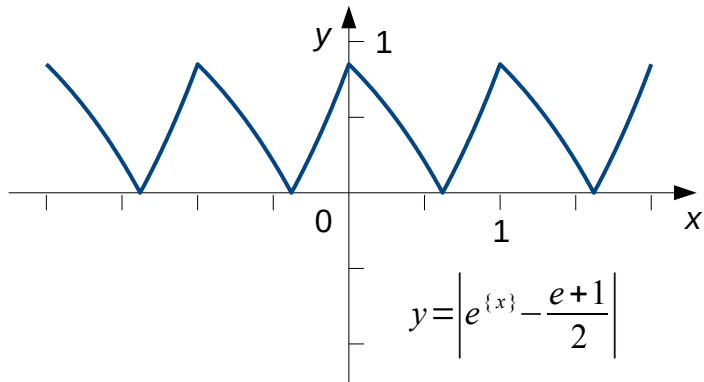
A-18.



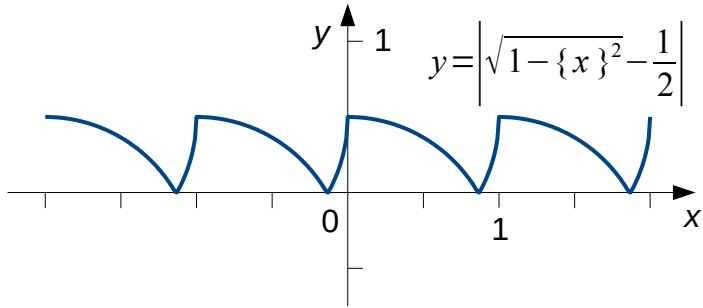
A-19.



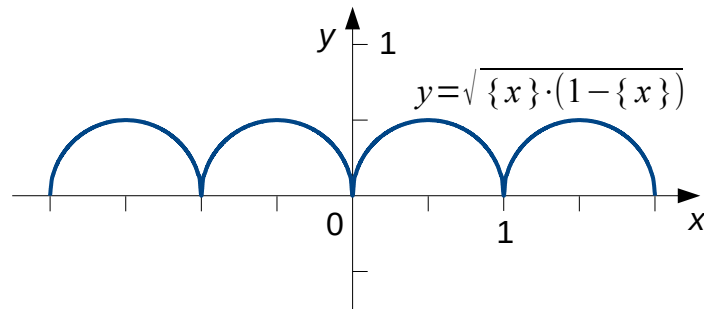
A-20.



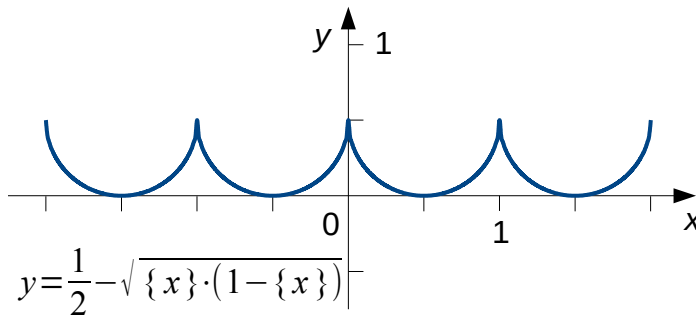
A-21.



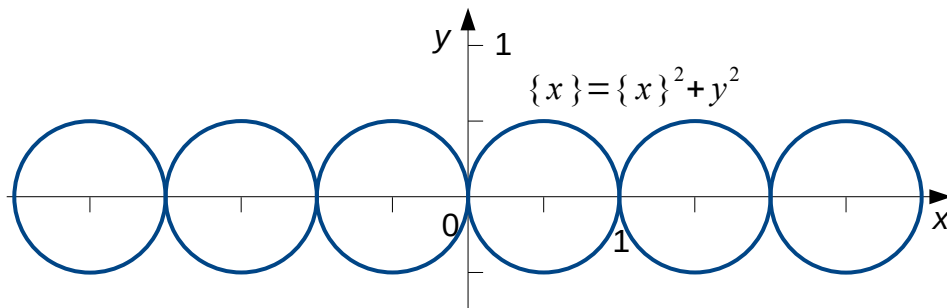
A-22.



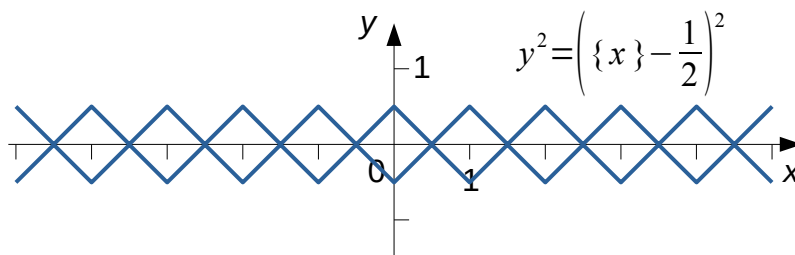
A-22a.



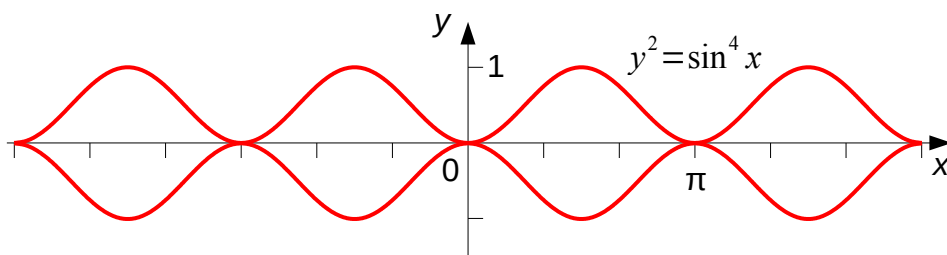
A-23.



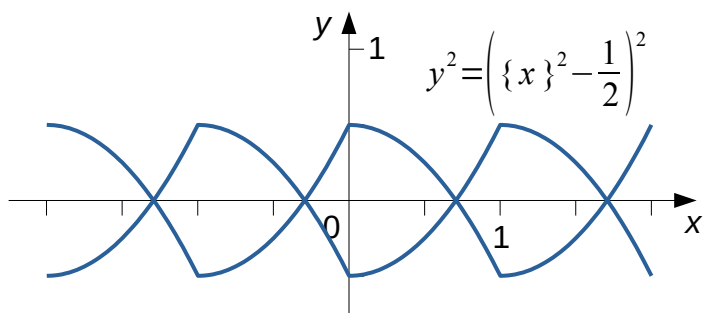
A-24.



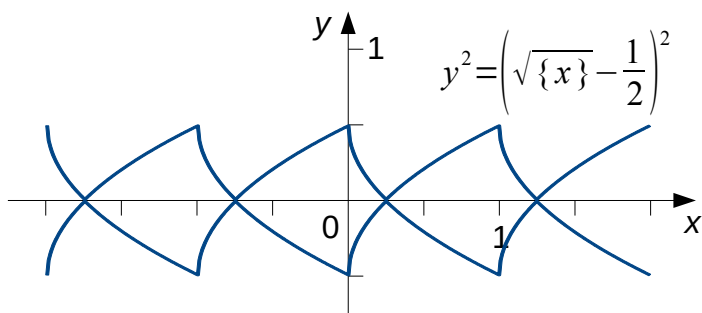
A-25.



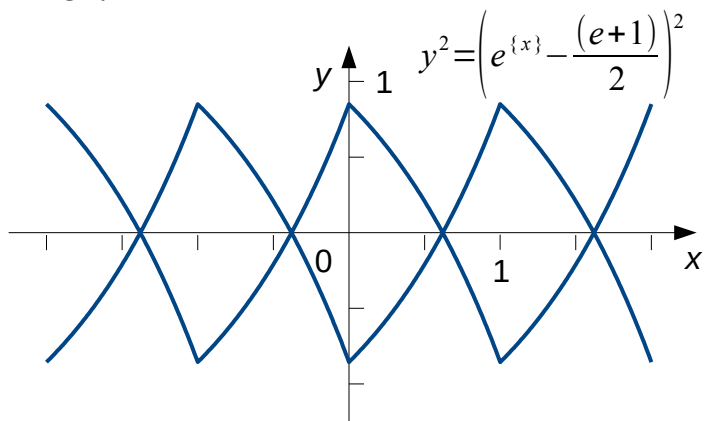
A-25a.



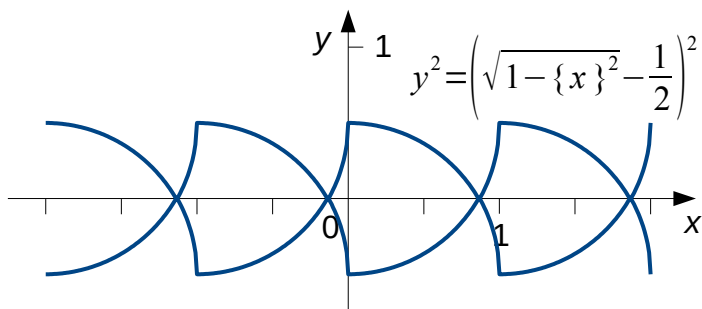
A-25б.



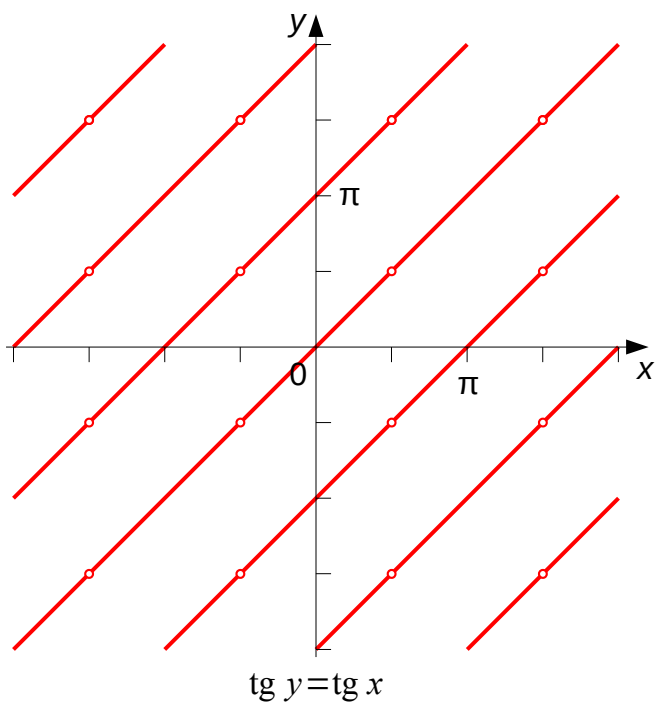
A-25в.



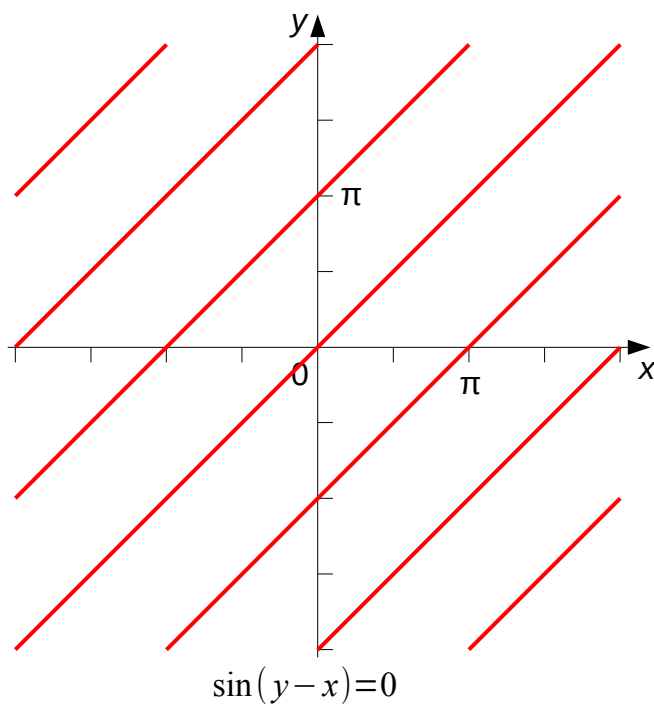
A-25г.



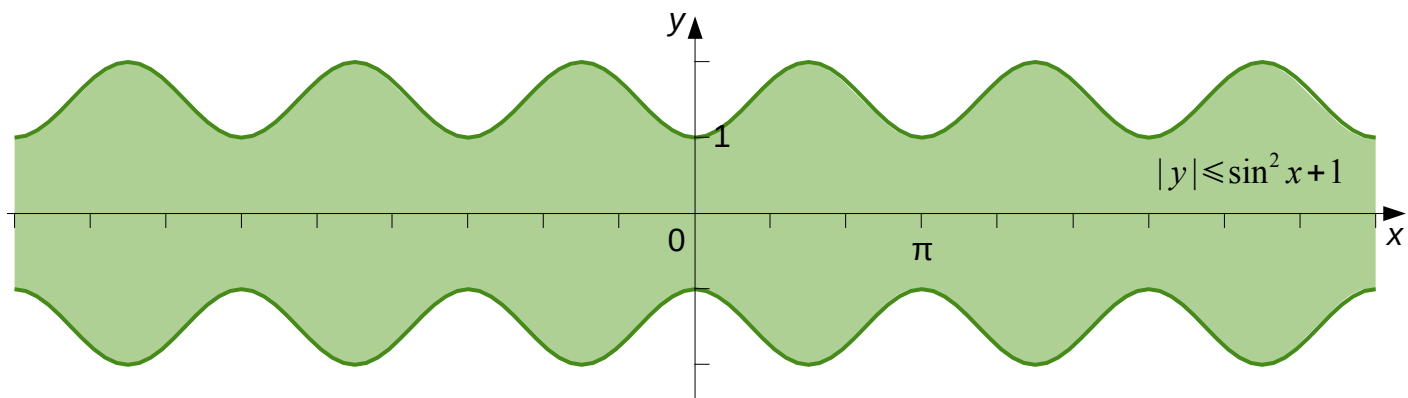
A-26.



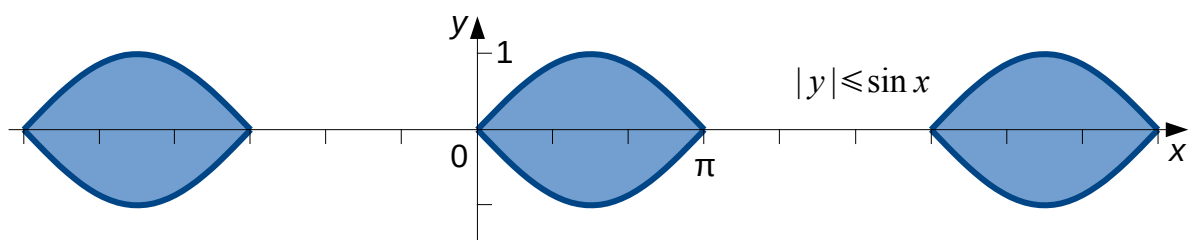
A-26a.



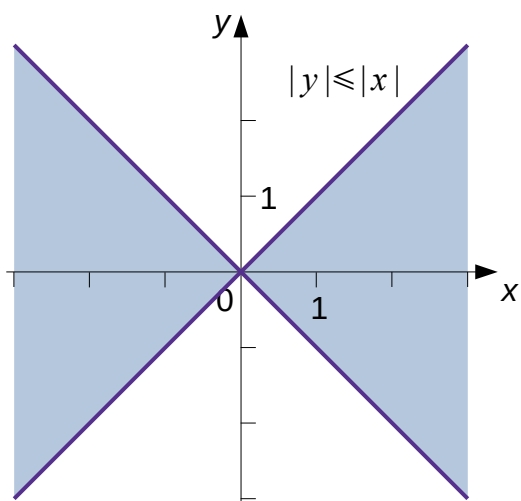
A-27.



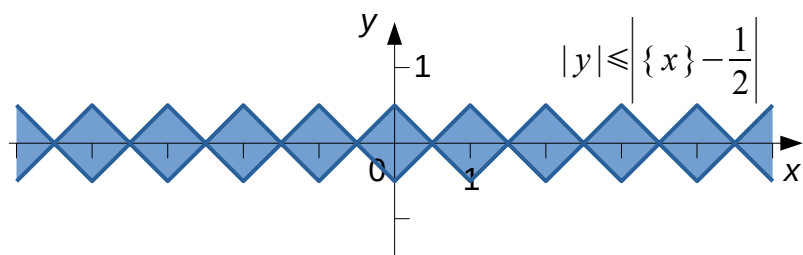
A-27a.



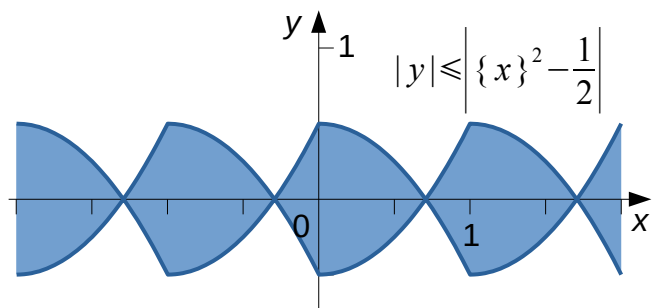
A-27б.



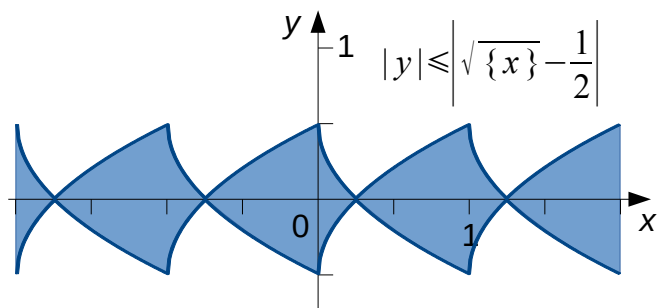
A-27в.



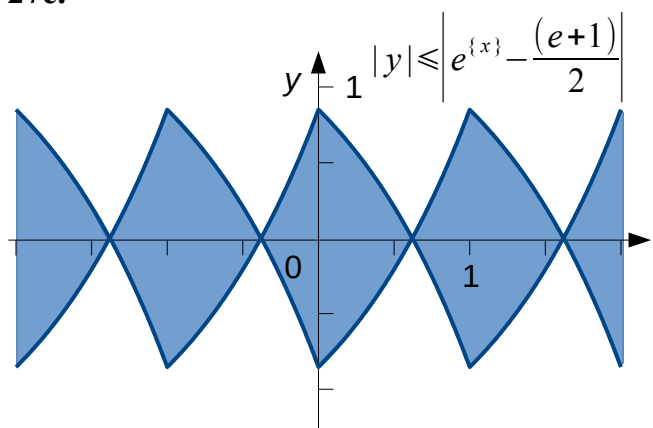
A-27г.



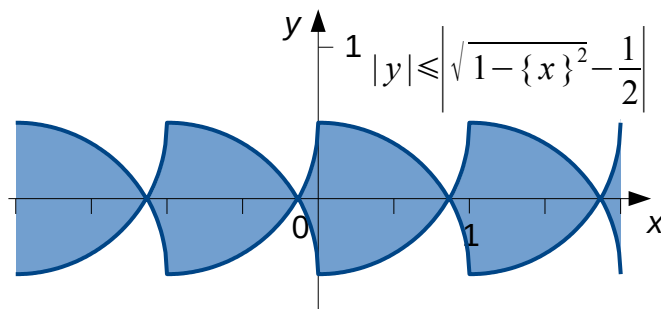
A-27д.



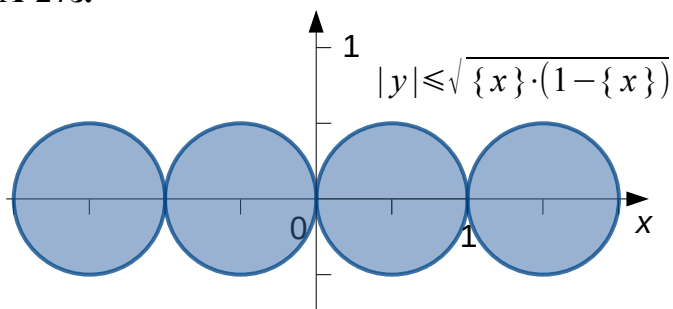
A-27e.



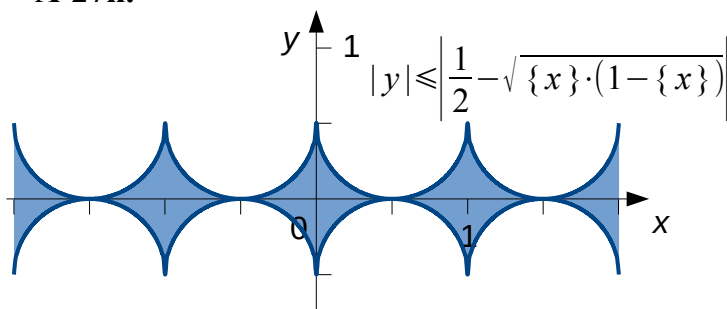
A-27ж.



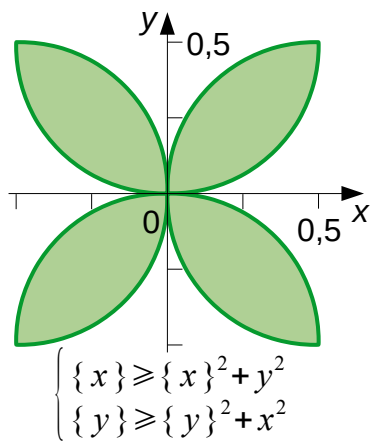
A-27з.



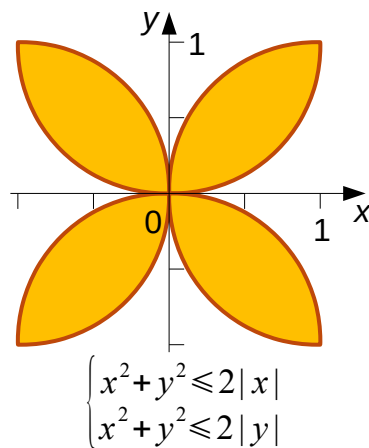
A-27и.



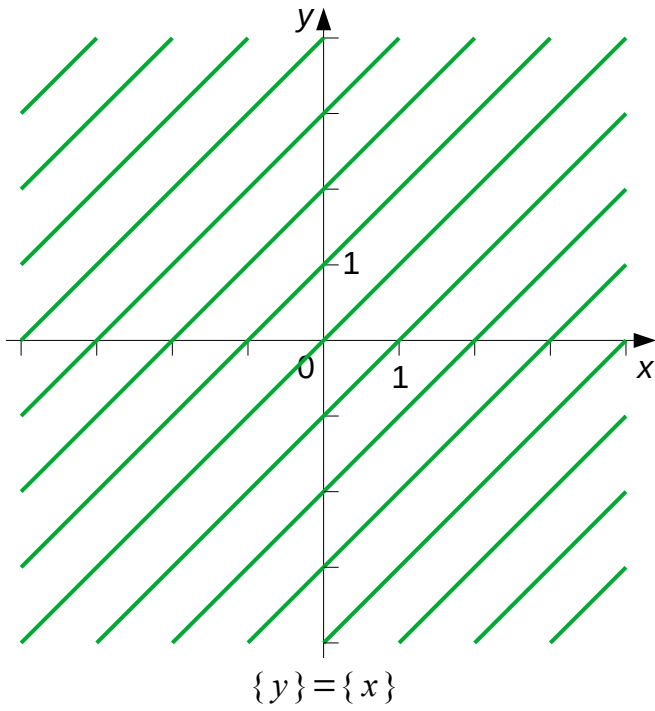
A-28.



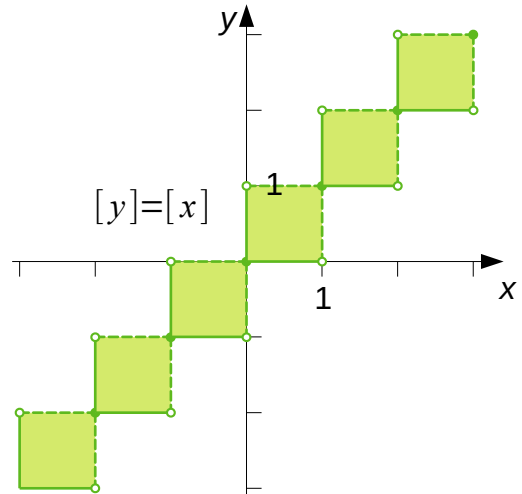
A-28a.



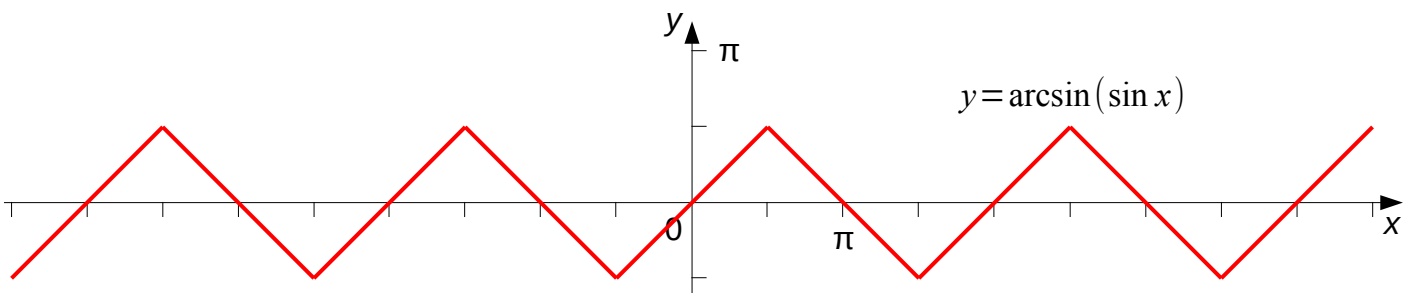
A-29.



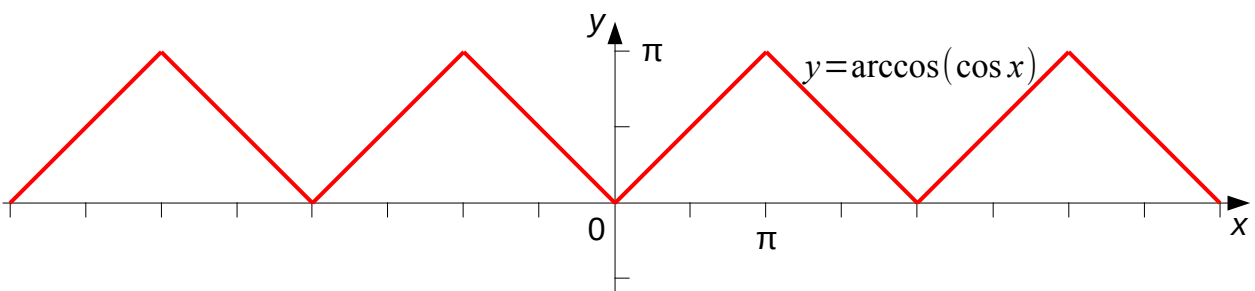
A-30.



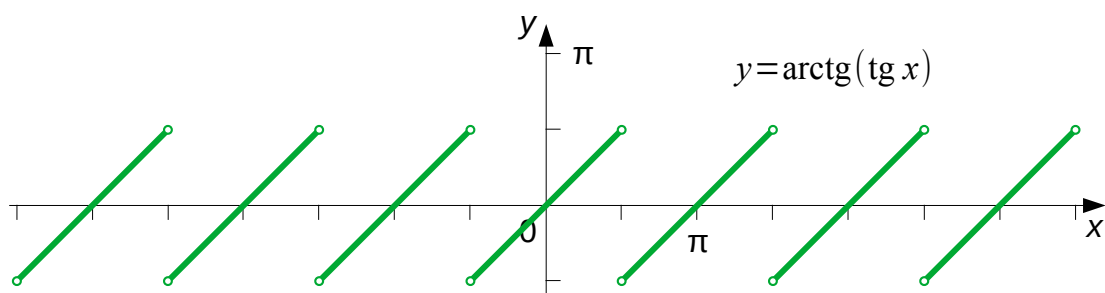
A-31.



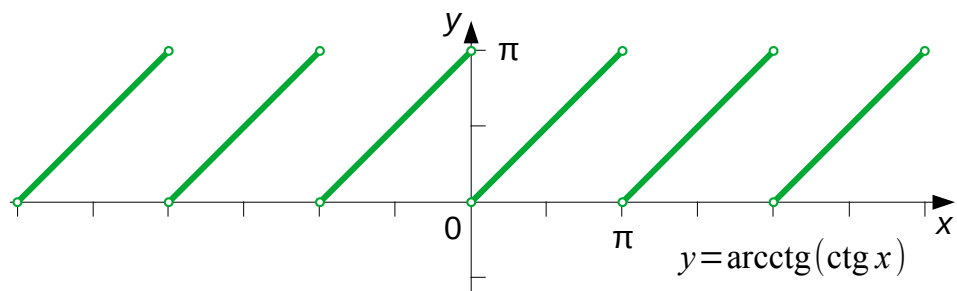
A-32.



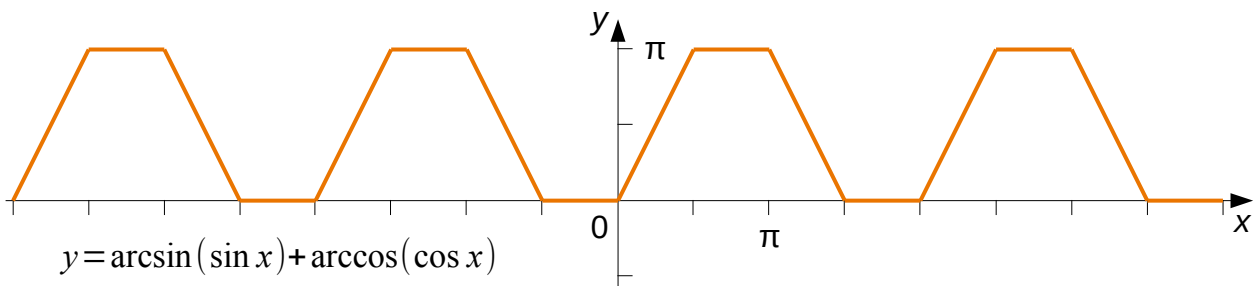
A-33.



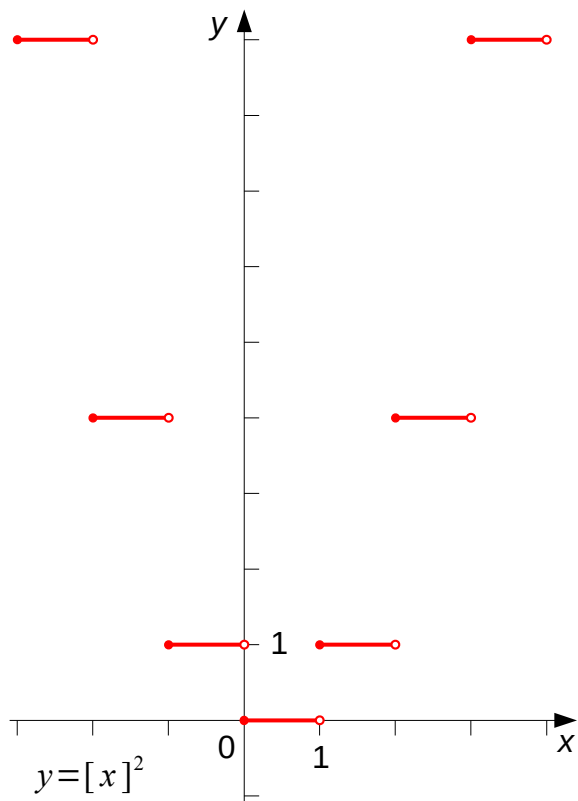
A-33a.



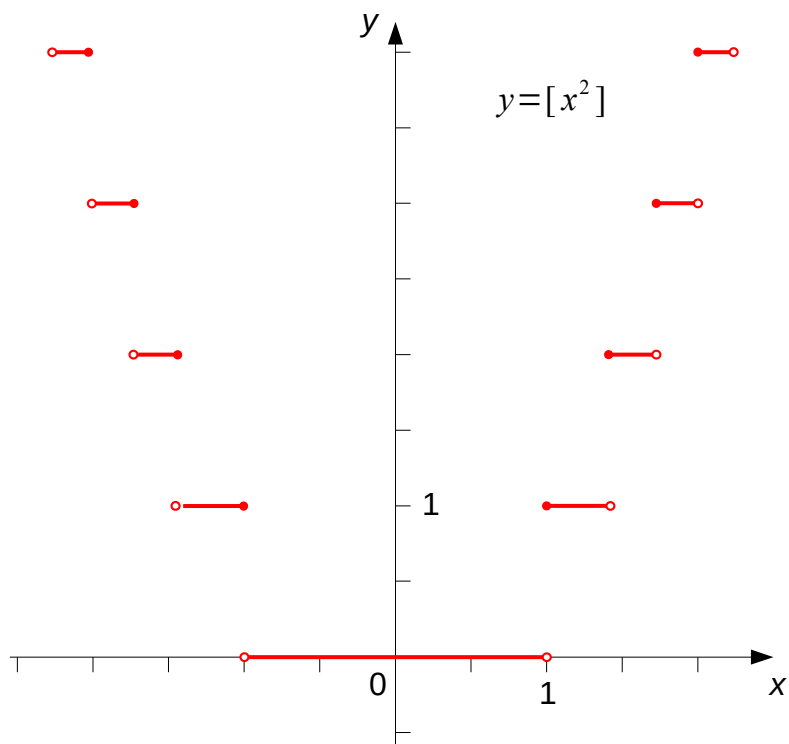
A-34.



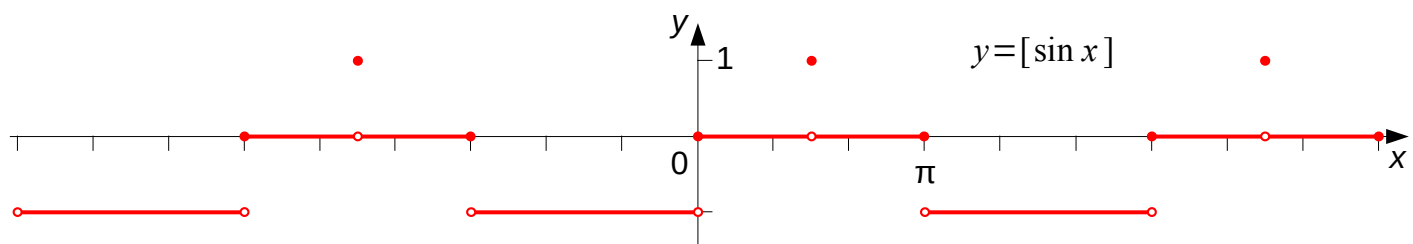
A-35.



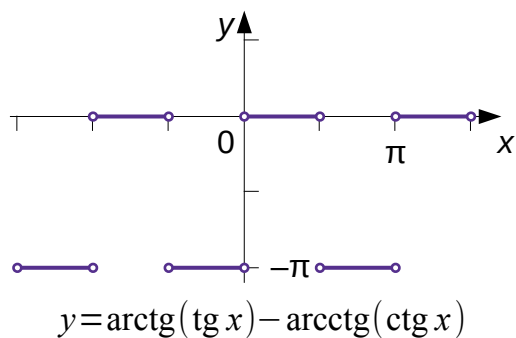
A-36.



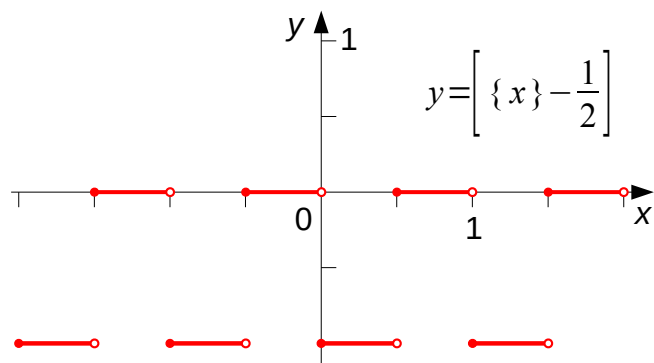
A-37.



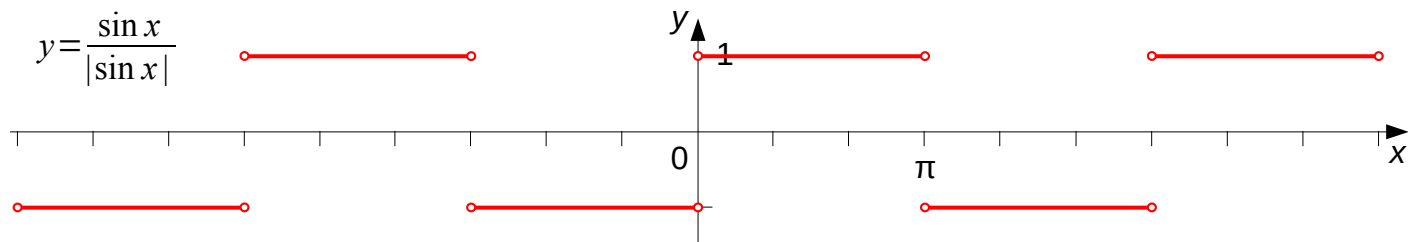
**A-38.**



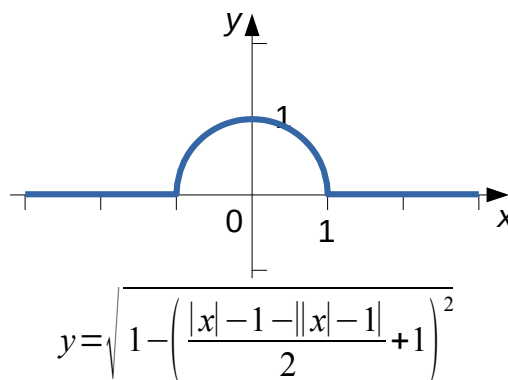
**A-39.**



**A-39a.**



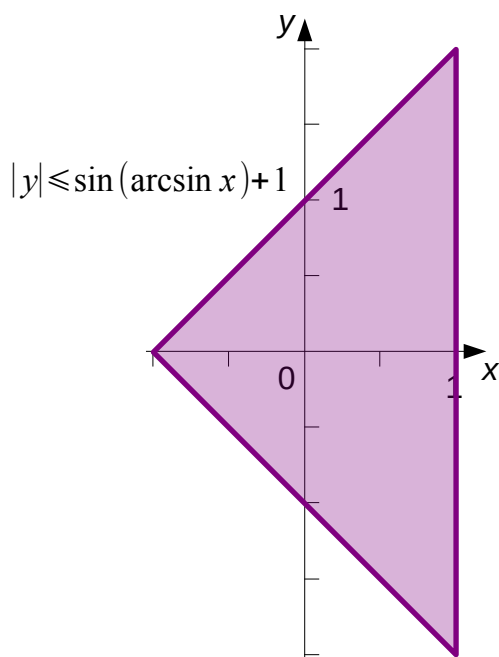
**A-40.**  $x \in [0; 2)$ ; **A-41.**  $\frac{4}{3}$ ; **A-42.** 2; **A-43.**  $x \in \mathbb{R}$ ; **A-44.**



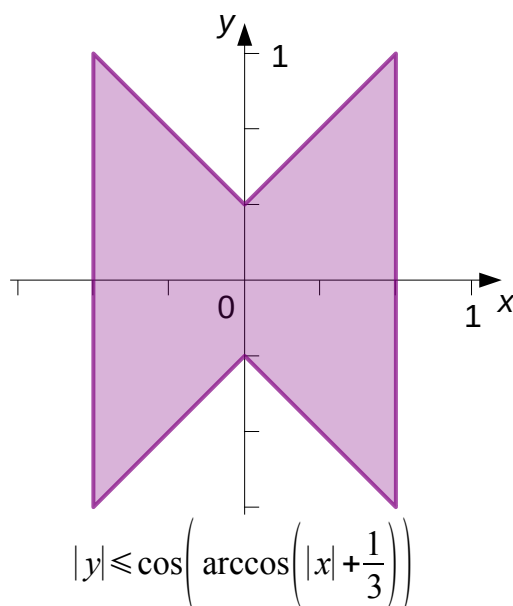
**A-45.**  $\frac{\pi}{2}$ ; **A-46.**  $x \in [a; b]$ ; **A-47.**  $x \in (a; b)$ ; **A-47a.**  $x \in [a; b]$ ; **A-47b.**  $x \in (a; b)$ ;  
**A-48.**  $x = \frac{1}{44} + k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ),  $x \in \left[ 0; \frac{1}{44} \right) \cup \left( \frac{1}{44}; 1 \right)$ ; **A-49.**  $x = \frac{3}{5} + k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ); **A-50.**  $x \in (-2; 0)$ ;  
**A-51.**  $x \in (-2; 1 - 2\sqrt{2}] \cup [-1 + 2\sqrt{2}; 2)$ ; **A-52.**  $x \in \left[ \frac{1}{3} + k; \frac{-4 + 2\sqrt{7}}{3} + k \right)$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ); **A-53.**  $x = \frac{1}{4} + k$   
( $k \in \mathbb{Z}$ ),  $x \in \left[ 4; 4\frac{1}{4} \right) \cup \left( 4\frac{1}{4}; 5 \right)$ ;



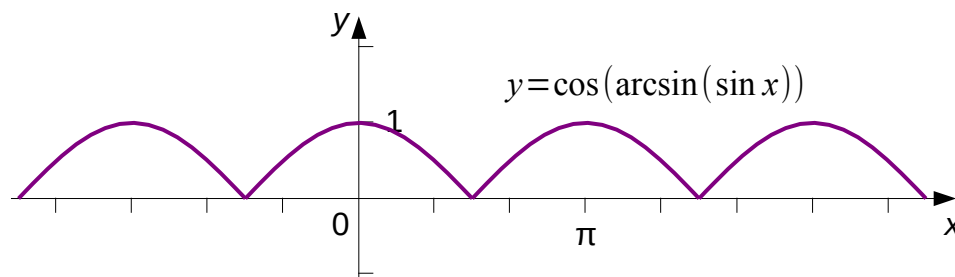
A-54.



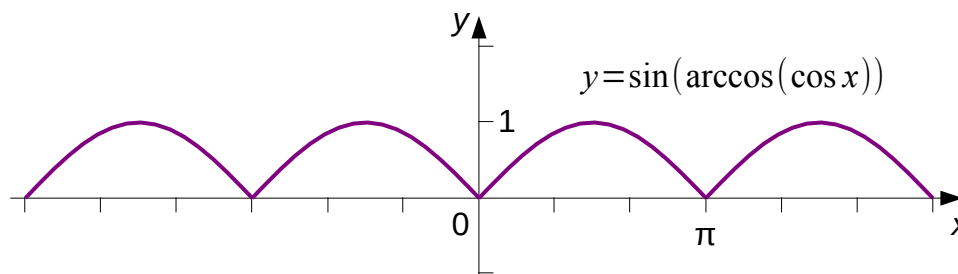
A-55.



A-57.



A-58.



## Геометрия

- Г-3.  $-\frac{1}{3}$ ; Г-4. Матрос-наблюдатель не сможет увидеть выжившего в кораблекрушении;  
 Г-5.  $d = \sqrt{a^2 + b^2} - \frac{bc}{a}$ ; Г-9.  $\frac{dS}{da} = p \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n}$ ; Г-10.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{dS}{dR} \cdot \frac{1}{P} \right) = 1$ ; Г-11.  $\frac{1}{2}$ ; Г-12.  $\frac{\sqrt{6}}{12}$ ; Г-14.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ;  
 Г-15.  $c = -1$ ; Г-16.  $c_1 = -2, c_2 = 1$ ; Г-17.  $c = \sqrt{3} - 2$ .

## Физика

- Ф-1. Э<sub>1</sub> – ванадий, Э<sub>2</sub> – кальций, Э<sub>3</sub> – технеций; Ф-2. Сила тяготения, действующая на Землю со стороны Юпитера, в 1,7 раз больше, чем сила притяжения между Землёй и Венерой; Ф-4. 73,2%.

## Химия

**X-1.**  $C_{10}H_{22}$ ; **X-2.** “А” –  $C_2H_5O_2N$ , “В” –  $C_6H_{13}O_2N$ , “С” –  $C_3H_7O_2N$ ; **X-3.** Фторпропан (2 изомера); **X-4.**  $C_4H_8Cl_2$ ; **X-5.** 3; **X-6.** 1800 кг; **X-7.** 7 км; **X-8.** 16,2%; **X-9.** Масса первого (1%-го) раствора 40 г, масса второго (4%-го) раствора 200 г; **X-10.** 900 г; **X-11.** Масса первого (3%-го) раствора 56 г, масса второго (10%-го) раствора 140 г; **X-12.** Потребуется 2 л 0,13 М и 2,4 л 0,075 М раствора; **X-13.** 80,3%; **X-14.** 6,3 атм.; **X-15.** Этилпропионат; **X-16.** Для чётного  $(n - k + 1)$ :  $x = 1$ ;  $y = n + \frac{n - k + 1}{2}$ ;  $p = n$ ;  $q = n - k + 1$ ; для нечётного  $(n - k + 1)$ :  $x = 2$ ;  $y = 3n - k + 1$ ,  $p = 2n$ ;  $q = 2n - 2k + 2$ ; **X-17.**  $p = 4$ ,  $q = 6n + 3$ ,  $x = 4n$ ,  $y = 2$ ,  $z = 4n + 6$ ; **X-18.** Для чётного  $(n - k - m + 1)$ :  $x = 1$ ;  $y = n + \frac{n - k - m + 1}{2}$ ;  $p = n$ ;  $q = n - k + 1$ ; для нечётного  $(n - k - m + 1)$ :  $x = 2$ ;  $y = 3n - k - m + 1$ ,  $p = 2n$ ;  $q = 2n - 2k + 2$ .