

Школьные задачи / Алгебра / А-58

Построить график функции:

$$y = \sin(\arccos(\cos x))$$

Решение

При решении задачи удобно опираться на ход и результаты рассуждений, применявшихся в упражнении А-32, где разбиралась функция $y_1(x) = \arccos(\cos x)$ (рис. 1).

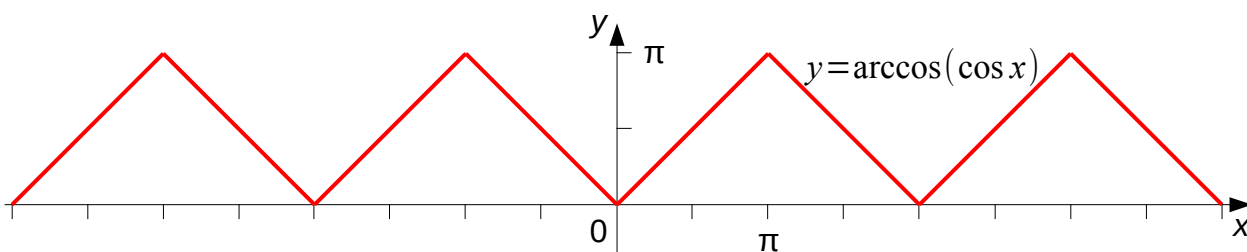


Рис. 1.

Можно записать, что

$$y(x) = \sin(y_1(x))$$

Поскольку $y_1(x)$ определена при $x \in \mathbb{R}$, а областью её значений является отрезок $[0; \pi]$, то из этого следует, что область определения $y(x)$ – также всё множество действительных чисел. Кроме этого, из периодичности $y_1(x)$ напрямую следует и периодичность $y(x)$: $T = 2\pi$. На основании этого достаточно рассмотреть построение графика этой функции на каком-либо отрезке длиной 2π . Обязательно стоит обратить внимание и на то, что из чётности $y_1(x)$ вытекает и чётность $y(x)$, то есть её график симметричен относительно оси ординат, поэтому удобно рассмотреть отрезок $[-\pi; \pi]$ и начать построение с промежутка значений аргумента $[0; \pi]$.

При $x \in [0; \pi]$ выполняется равенство:

$$\arccos(\cos x) = x,$$

и потому можно записать, что

$$y(x) = \sin x$$

Иными словами, график функции на промежутке $[0; \pi]$ совпадает с синусоидой, а с учётом чётности это позволяет изобразить график $y(x)$ при $x \in [-\pi; \pi]$ (рис. 2).

Благодаря периодичности $y(x)$ для завершения построения достаточно полученный графиккратно периоду параллельно перенести вправо и влево вдоль оси абсцисс.

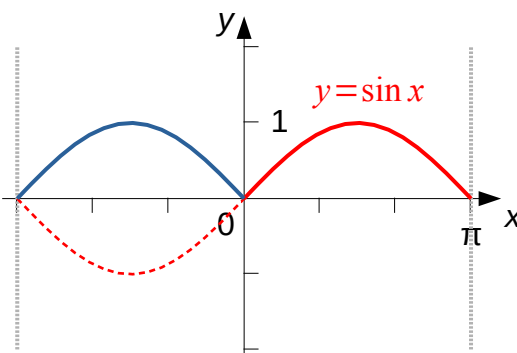
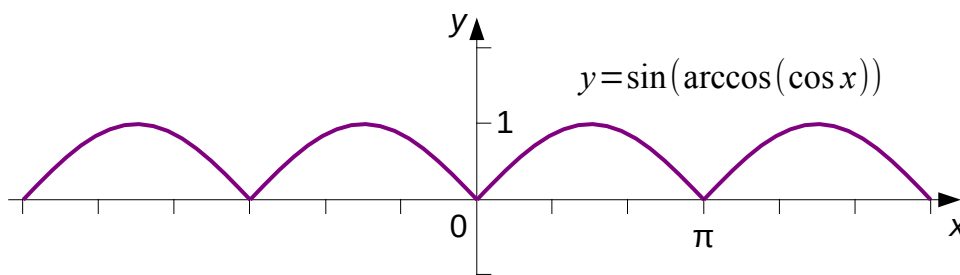


Рис. 2.

Ответ



© Широков Александр, 17.01.2025