

## Школьные задачи / Алгебра / А-58

Построить график функции:

$$y = \sin(\arccos(\cos x))$$

Решение

При решении задачи удобно опираться на ход и результаты рассуждений, применявшихся в упражнении А-32, где разбиралась функция  $y_1(x) = \arccos(\cos x)$  (рис. 1).

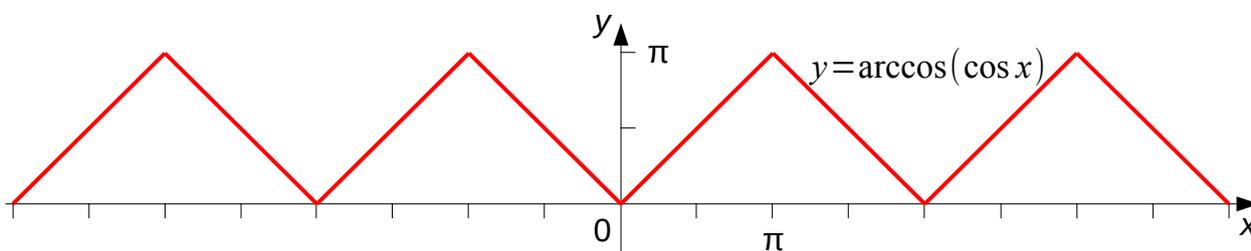


Рис. 1.

Можно записать, что

$$y(x) = \sin(y_1(x))$$

Поскольку  $y_1(x)$  определена при  $x \in \mathbb{R}$ , а областью её значений является отрезок  $[0; \pi]$ , то из этого следует, что область определения  $y(x)$  – также всё множество действительных чисел. Кроме этого, из периодичности  $y_1(x)$  напрямую следует и периодичность  $y(x)$ :  $T = 2\pi$ . На основании этого достаточно рассмотреть построение графика этой функции на каком-либо отрезке длиной  $2\pi$ . Обязательно стоит обратить внимание и на то, что из чётности  $y_1(x)$  вытекает и чётность  $y(x)$ , то есть её график симметричен относительно оси ординат, поэтому удобно рассмотреть отрезок  $[-\pi; \pi]$  и начать построение с промежутка значений аргумента  $[0; \pi]$ .

При  $x \in [0; \pi]$  выполняется равенство:

$$\arccos(\cos x) = x,$$

и потому можно записать, что

$$y(x) = \sin x$$

Иными словами, график функции на промежутке  $[0; \pi]$  совпадает с синусоидой, а с учётом чётности это позволяет изобразить график  $y(x)$  при  $x \in [-\pi; \pi]$  (рис. 2).

Благодаря периодичности  $y(x)$  для завершения построения достаточно полученный графиккратно периоду параллельно перенести вправо и влево вдоль оси абсцисс.

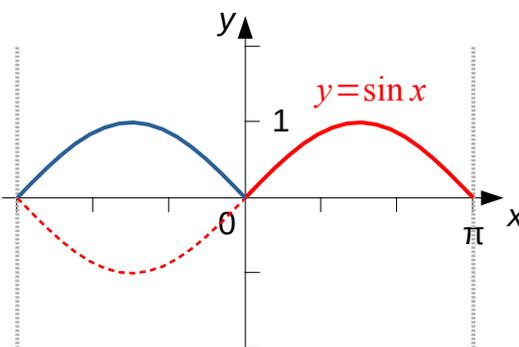
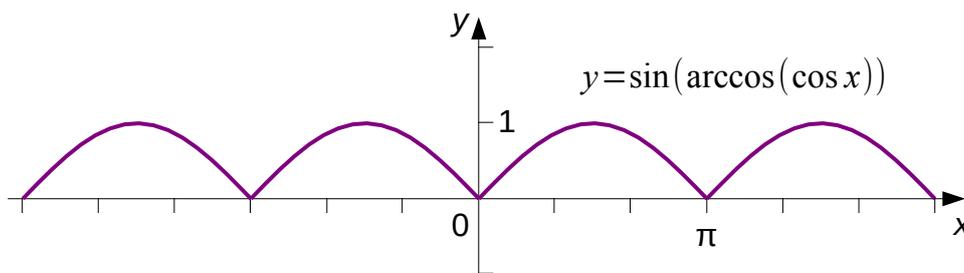


Рис. 2.

Ответ



© Широков Александр, 17.01.2025