

Построить график функции:

$$y = \cos(\arcsin(\sin x))$$

Решение

При решении этой задачи удобно опираться на ход и результаты рассуждений, применявшихся в упражнении А-31, где разбиралась функция $y_1(x) = \arcsin(\sin x)$ (рис. 1).

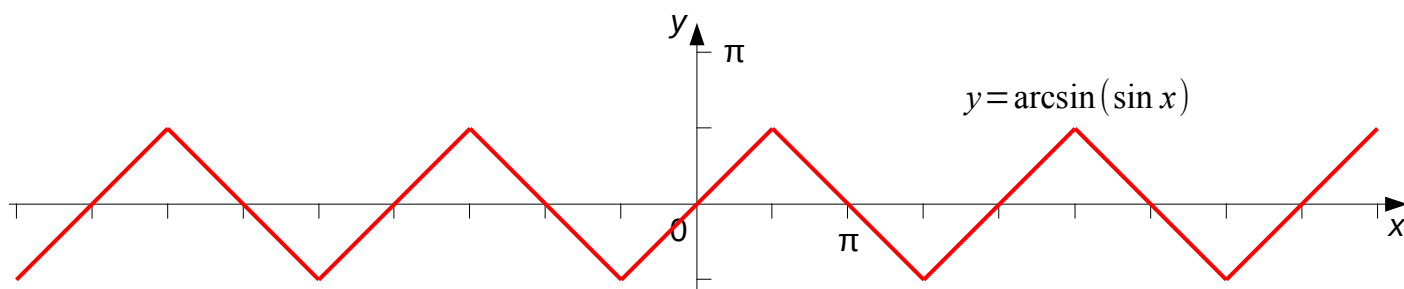


Рис. 1.

Можно записать, что

$$y(x) = \cos(y_1(x))$$

Поскольку $y_1(x)$ определена при $x \in \mathbb{R}$, а областью её значений является отрезок $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, то из этого следует, что область определения $y(x)$ – также всё множество действительных чисел. Кроме этого, из периодичности $y_1(x)$ напрямую следует и периодичность $y(x)$: $T = 2\pi$. На основании этого достаточно рассмотреть построение графика этой функции на каком-либо отрезке длиной 2π . Пусть это будет $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$. Разобьём его на два промежутка.

$$1) x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

График $y_1(x)$ здесь совпадает с графиком функции $y = x$, то есть на рассматриваемом интервале выполняется равенство

$$\arcsin(\sin x) = x$$

и потому можно записать, что

$$y(x) = \cos x$$

Иными словами, график $y(x)$ на данном числовом промежутке совпадает с косинусоидой (рис. 2).

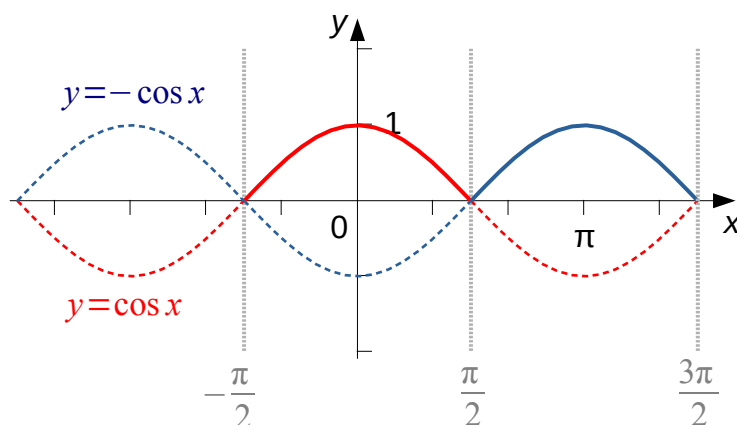


Рис. 2.

$$2) x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$$

Для $y_1(x)$ в этом случае выполняется равенство:

$$\arcsin(\sin x) = \pi - x,$$

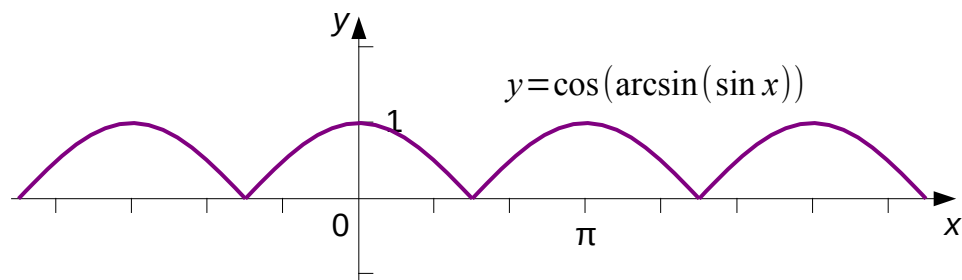
следовательно

$$y(x) = \cos(\pi - x) = -\cos x$$

Таким образом, на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$ график $y(x)$ тоже является косинусоидой (рис. 2), только перевернутой «верх ногами» (график функции $y = \cos x$, умноженный на -1).

С учётом периодичности $y(x)$ для завершения построения достаточно полученный график кратно периоду параллельно перенести вправо и влево вдоль оси абсцисс.

О т в е т



© Широков Александр, 17.01.2025