Доказать, что при $x \in [-1;\ 1]$ выполняется тождество:

$$\sin(\arccos x) = \cos(\arcsin x)$$

Р е ш е н и е

Воспользуемся известным соотношением

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

Выразив из него арккосинус, правую часть доказываемого тождества можно переписать в виде

$$\sin(\arccos x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x\right)$$

Преобразуем данное выражение, применив формулу для синуса разности двух углов:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x\right) = \sin\frac{\pi}{2}\cdot\cos\left(\arcsin x\right) - \cos\frac{\pi}{2}\cdot\sin\left(\arcsin x\right) =$$

$$= 1\cdot\cos(\arcsin x) - 0\cdot\sin(\arcsin x) = \cos(\arcsin x)$$

Таким образом получается, что

$$\sin(\arccos x) = \cos(\arcsin x)$$

q.e.d.