## Школьные задачи / Алгебра / А-46

Даны два действительных числа $a$ и $b$, такие, что $a < b$. Решите уравнение:

$$(x-b)\cdot\left[\frac{x-a}{b-a}\right]=0$$

(под целой частью числа $x$ понимается наибольшее целое число, не превышающее заданное; её принято обозначать при помощи квадратных скобок: $[x]$; функция $y = [x]$ определена на всём множестве действительных чисел).

Р е ш е н и е

Произведение двух сомножителей равно нулю, если хотя бы один из них равен нулю. В нашем случае исходное уравнение разбивается на два:

$$(x-b)\cdot\left[\frac{x-a}{b-a}\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-b=0 \\ \left[\dfrac{x-a}{b-a}\right]=0 \end{array}\right.$$

Целая часть равна нулю для неотрицательных чисел, меньших единицы. Поэтому:

$$\left[\begin{array}{l} x-b=0 \\ \left[\dfrac{x-a}{b-a}\right]=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=b \\ 0\leqslant\dfrac{x-a}{b-a}<1 \end{array}\right.$$

Из условий задачи следует, что $(b - a) \neq 0$, значит

$$\left[\begin{array}{l} x=b \\ 0\leqslant\dfrac{x-a}{b-a}<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=b \\ 0\leqslant x-a<b-a \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=b \\ 0+a\leqslant x-a+a<b-a+a \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=b \\ a\leqslant x<b \end{array}\right. \Leftrightarrow a\leqslant x\leqslant b$$

О т в е т

$x \in [a; b]$