Построить график функции:

$$y(x)=\sqrt{1-\left(\frac{|x|-1-||x|-1|}{2}+1\right)^2}$$

Р е ш е н и е

Начнём с нахождения области определения $y(x)$. Легко видеть, что выражение функции имеет смысл, если выполняется условие:

$$1-\left(\frac{|x|-1-||x|-1|}{2}+1\right)^2\geqslant 0 \Leftrightarrow \left(\frac{|x|-1-||x|-1|}{2}+1\right)^2\leqslant 1$$

Обе части последнего неравенства неотрицательны, следовательно, оно не поменяется, если из каждой из них извлечь квадратный корень:

$$\left(\frac{|x|-1-||x|-1|}{2}+1\right)^2\leqslant 1 \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{|x|-1-||x|-1|}{2}+1\right)^2}\leqslant\sqrt{1} \Leftrightarrow \left|\frac{|x|-1-||x|-1|}{2}+1\right|\leqslant 1$$

Полученное неравенство разбиралось в задании А-43 и было установлено, что его решением является любое действительное число. Это говорит о том, что функция $y(x)$ определена на всём множестве действительных чисел.

Для построения графика $y(x)$ её выражение нужно упростить:

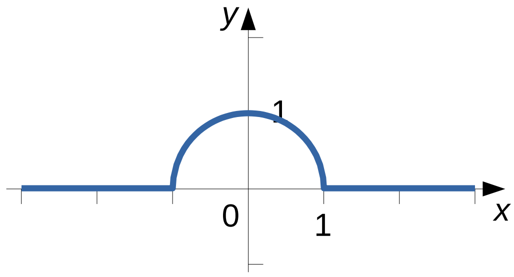
$$y=\sqrt{1-\left(\frac{|x|-1-||x|-1|}{2}+1\right)^2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}|x|-1\geqslant 0\\ y=\sqrt{1-\left(\frac{|x|-1-(|x|-1)}{2}+1\right)^2}\end{cases}\\ \begin{cases}|x|-1<0\\ y=\sqrt{1-\left(\frac{|x|-1-(1-|x|)}{2}+1\right)^2}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}|x|\geqslant 1\\ y=\sqrt{1-\left(\frac{|x|-1-|x|+1}{2}+1\right)^2}\end{cases}\\ \begin{cases}|x|<1\\ y=\sqrt{1-\left(\frac{|x|-1-1+|x|}{2}+1\right)^2}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}|x|\geqslant 1\\ y=\sqrt{1-\left(\frac{0}{2}+1\right)^2}\end{cases}\\ \begin{cases}|x|<1\\ y=\sqrt{1-\left(\frac{2|x|-2}{2}+1\right)^2}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}|x|\geqslant 1\\ y=0\end{cases}\\ \begin{cases}-1<x<1\\ y=\sqrt{1-(|x|-1+1)^2}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}|x|\geqslant 1\\ y=0\end{cases}\\ \begin{cases}-1<x<1\\ y=\sqrt{1-(|x|)^2}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)\\ y=0\end{cases}\\ \begin{cases}x\in(-1;1)\\ y=\sqrt{1-x^2}\end{cases}\end{array}\right.$$

Мы установили, что при значениях аргумента вне интервала (–1; 1) функция $y(x)$ равна нулю, то есть её график совпадает с осью абсцисс. В случае, если аргумент находится в пределах от –1 до 1, то график $y(x)$ представляет собой «верхнюю» половину окружности единичного радиуса с центром в начале координат (её уравнение $x^2 + y^2 = 1$; см. задачу А-21). Заметим, что выражение $\sqrt{1-x^2}$ при $x = \pm 1$ равно нулю. Полученных данных достаточно для построения необходимого графика.

О т в е т



$$y=\sqrt{1-\left(\frac{|x|-1-||x|-1|}{2}+1\right)^2}$$

© Широков Александр, 19.08.2024