

Построить график функции:

$$y = [x]^2$$

(под целой частью числа  $x$  понимается наибольшее целое число, не превышающее заданное; её принято обозначать при помощи квадратных скобок:  $[x]$ ; функция  $y = [x]$  определена на всём множестве действительных чисел).

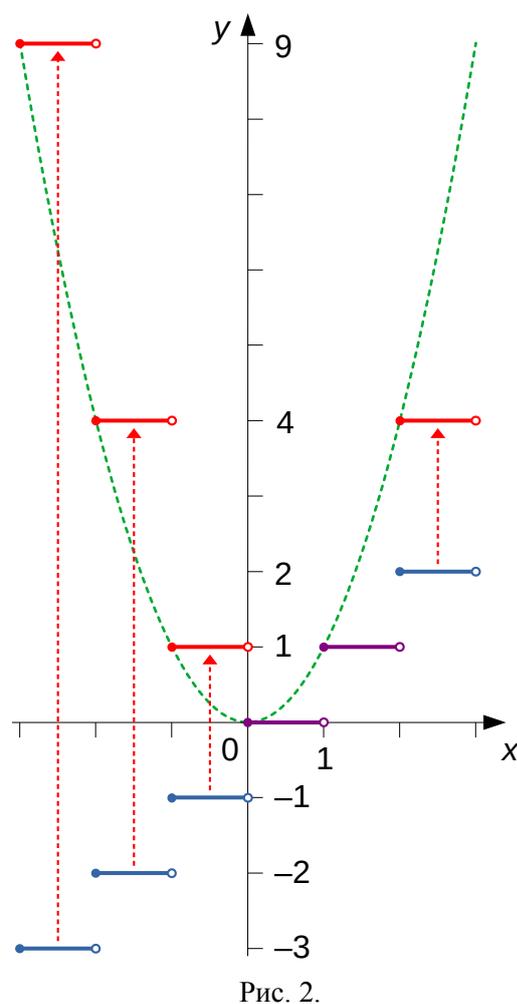
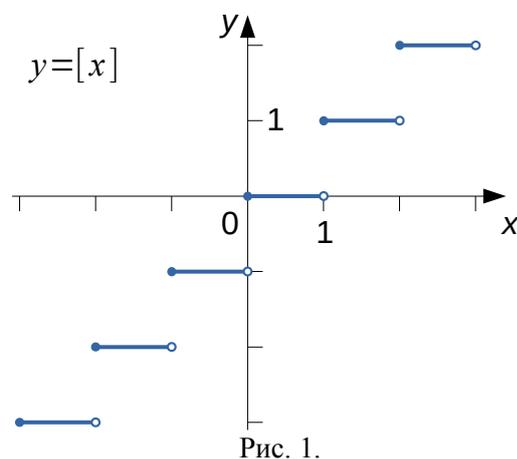
### Решение

Построение графика  $y = [x]$  выполнялось в ходе решения задачи А-30, где было установлено, что он на всей области определения функции является бесконечной «ступенчатой» чередой линейных фрагментов (рис. 1).

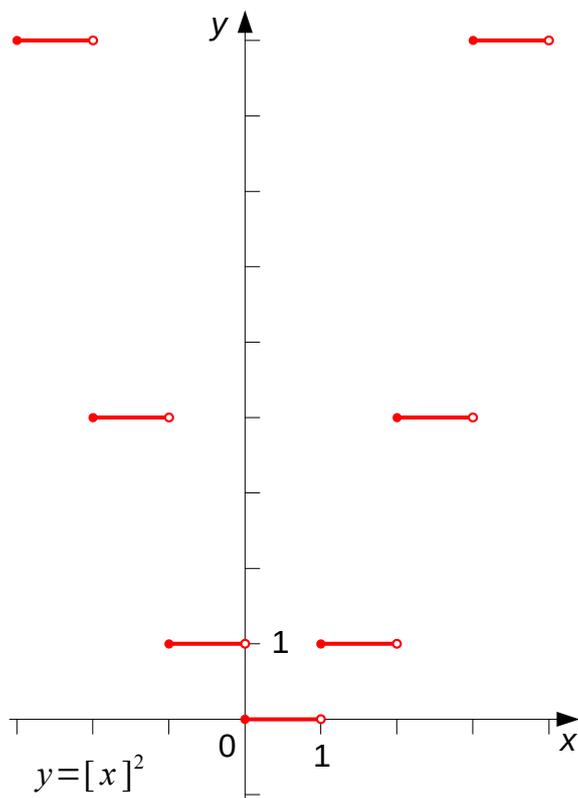
В случае заданной в условии задачи функции  $y(x) = [x]^2$  определение значения  $y$  для каждого конкретного  $x$  состоит из двух этапов: нахождение целой части и последующее возведение получившейся величины в квадрат. Воспользуемся этим фактом, чтобы отталкиваясь от вида графика  $y = [x]$  изобразить график  $y(x)$ .

На каждом полуинтервале  $n \leq x < n + 1$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ) функция  $y = [x]$  имеет постоянное значение, равное  $[n]$ , следовательно  $y(x)$  на таком полуинтервале тоже будет иметь постоянное значение, равное  $[n]^2$ .

Таким образом получается, что график  $y(x)$  представляет собой совокупность горизонтальных линейных фрагментов, расположенных так, что через их крайние левые точки можно провести параболу, описываемую уравнением  $y = x^2$  (рис. 2).



О т в е т



© Широков Александр, 07.08.2024