

Построить график функции:

$$y = [x]^2$$

(под целой частью числа x понимается наибольшее целое число, не превышающее заданное; её принято обозначать при помощи квадратных скобок: $[x]$; функция $y = [x]$ определена на всём множестве действительных чисел).

Решение

Построение графика $y = [x]$ выполнялось в ходе решения задачи А-30, где было установлено, что он на всей области определения функции является бесконечной «ступенчатой» чередой линейных фрагментов (рис. 1).

В случае заданной в условии задачи функции $y(x) = [x]^2$ определение значения y для каждого конкретного x состоит из двух этапов: нахождение целой части и последующее возведение получившейся величины в квадрат. Воспользуемся этим фактом, чтобы отталкиваясь от вида графика $y = [x]$ изобразить график $y(x)$.

На каждом полуинтервале $n \leq x < n + 1$ ($n \in \mathbb{Z}$) функция $y = [x]$ имеет постоянное значение, равное $[n]$, следовательно $y(x)$ на таком полуинтервале тоже будет иметь постоянное значение, равное $[n]^2$.

Таким образом получается, что график $y(x)$ представляет собой совокупность горизонтальных линейных фрагментов, расположенных так, что через их крайние левые точки можно провести параболу, описываемую уравнением $y = x^2$ (рис. 2).

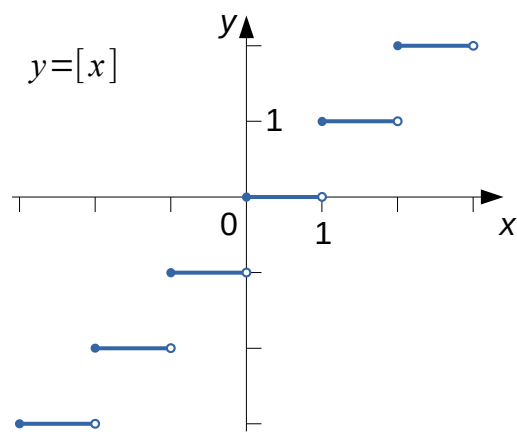


Рис. 1.

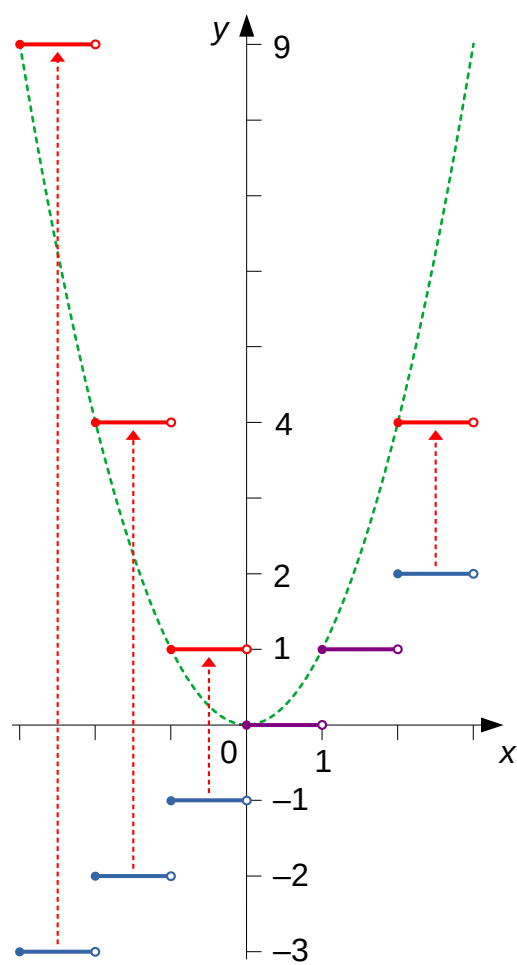
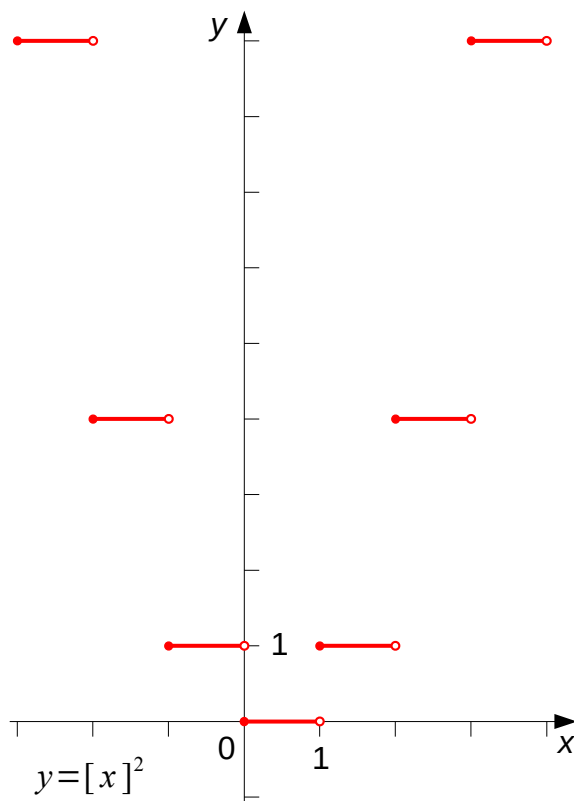


Рис. 2.

О т в е т



© Широков Александр, 07.08.2024