

Школьные задачи / Алгебра / А-98

Построить на координатной плоскости график уравнения

$$[y] \cdot [x] = k,$$

где k – простое число. (под целой частью числа t понимается наибольшее целое число, не превышающее заданное; её принято обозначать при помощи квадратных скобок: $[t]$; функция $f(t) = [t]$ определена на всём множестве действительных чисел).

Решение

Произведение двух целых величин $[y]$ и $[x]$ может быть равно простому числу k в четырёх случаях:

$$[y] \cdot [x] = k \Leftrightarrow \begin{cases} [y]=1 \\ [x]=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq y < 2 \\ k \leq x < k+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [y]=k \\ [x]=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \leq y < k+1 \\ 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [y]=-1 \\ [x]=-k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq y < 0 \\ -k \leq x < 1-k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [y]=-k \\ [x]=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -k \leq y < 1-k \\ -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

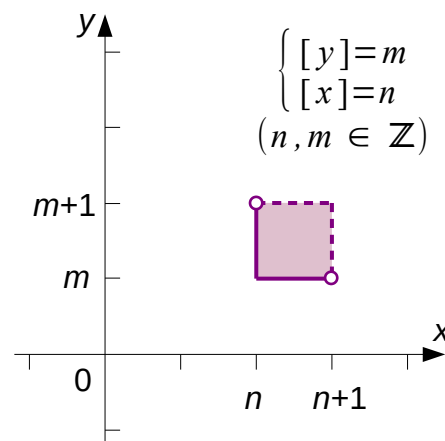


Рис. 1.

Ранее в задании А-94 рассматривалось построение множества точек, описываемого системами, подобными в полученном объединении (рис. 1). Таким образом график заданного в условии задачи уравнения на координатной плоскости есть совокупность четырёх областей, каждая – в форме квадрата со стороной 1. Координаты нижних левых вершин этих «квадратиков» следующие: $(k; 1)$, $(1; k)$, $(-k; -1)$, $(-1; -k)$.

Ответ

