

Построить на координатной плоскости график уравнения  
 $\operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} x = 0$

**Решение**

Проведём с уравнением равносильные преобразования с учётом того, что тангенс определён не для любого значения аргумента и произведение равно нулю, если хотя бы один множитель равен нулю:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} x = 0 &\Leftrightarrow \frac{\sin y}{\cos y} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \frac{\sin y}{\cos y} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sin y \cdot \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos y \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sin y = 0 \\ \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \begin{cases} y = \pi k \\ x = \pi k \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Первое выражение в полученном в итоге объединении ( $y = \pi k$ ) описывает серию равенств  
 $\dots; y = -2\pi; y = -\pi; y = 0; y = \pi; y = 2\pi; \dots$

На координатной плоскости это можно изобразить как бесконечную череду горизонтальных линий, расположенных на расстоянии  $\pi$  друг от друга. Второе уравнение объединения описывает другую серию:

$$\dots; x = -2\pi; x = -\pi; x = 0; x = \pi; x = 2\pi; \dots$$

и графически может быть представлен как серия вертикальных линий, где расстояние между соседними составляет  $\pi$ .

Совокупность описанных прямых образует на плоскости бесконечную квадратную «сетку», являющуюся к тому же графиком уравнения  $\sin y \cdot \sin x = 0$  (рис. 1).

Рассмотрим теперь первое и второе выражения в итоговой системе:

$$y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \text{и} \quad x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Они описывают множества значений, которые не могут принимать  $y$  и  $x$  в исходном уравнении ( $\cos y \neq 0$  и  $\cos x \neq 0$ ). Графически это можно изобразить как две бесконечные череды горизонтальных и вертикальных линий, расположенных на расстоянии  $\pi$  друг от друга (рис. 2).

Для завершения построения необходимо на графике  $\sin y \cdot \sin x = 0$  «выколоть» точки его пересечений с линиями, соответствующими требованиям  $\cos x \neq 0$  и  $\cos y \neq 0$  (рис. 3).

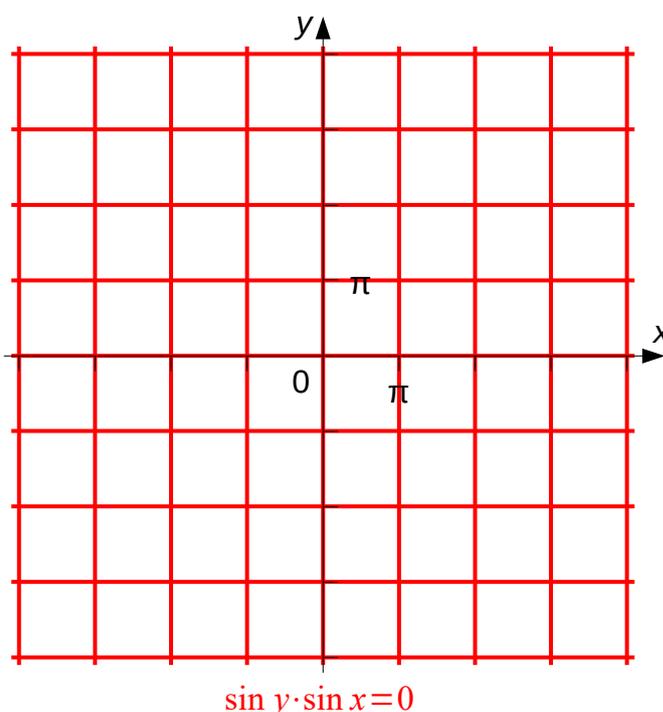


Рис. 1.

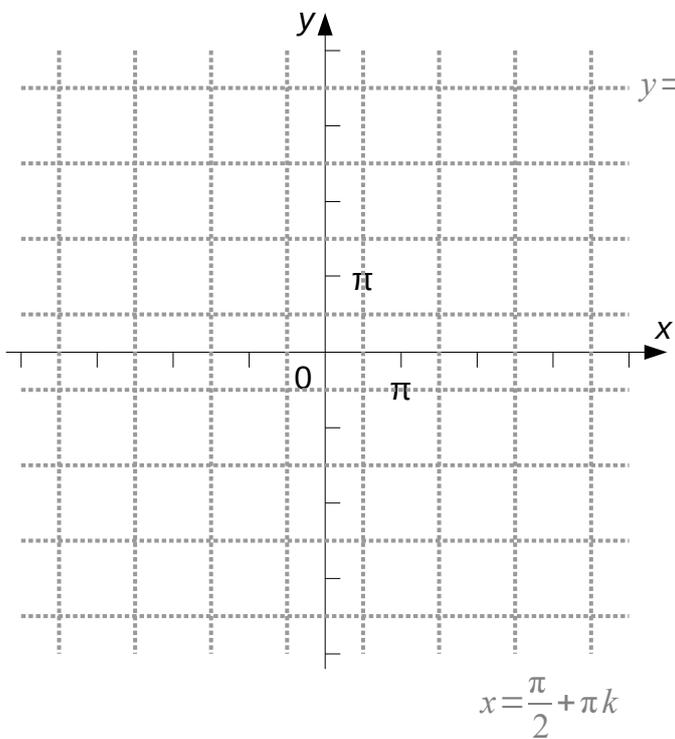


Рис. 2.

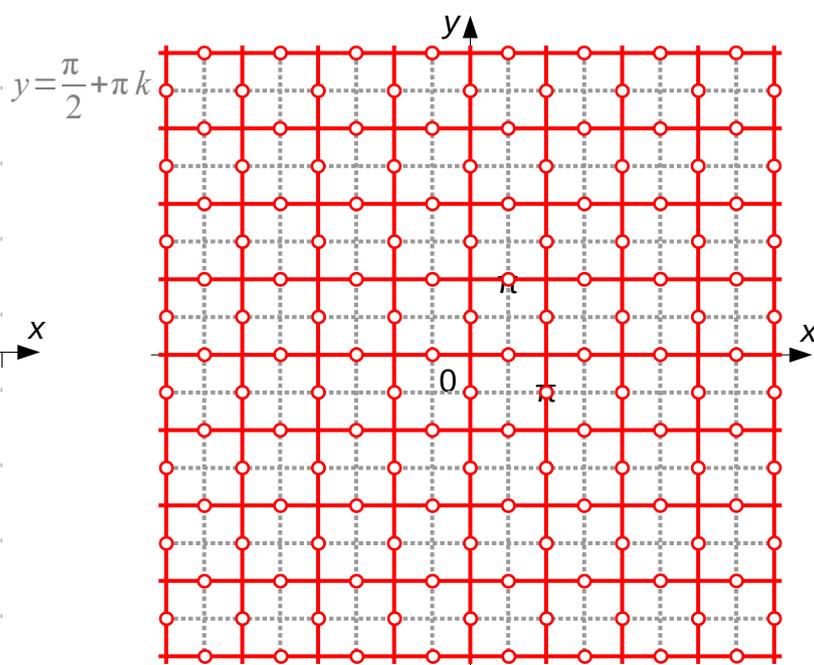
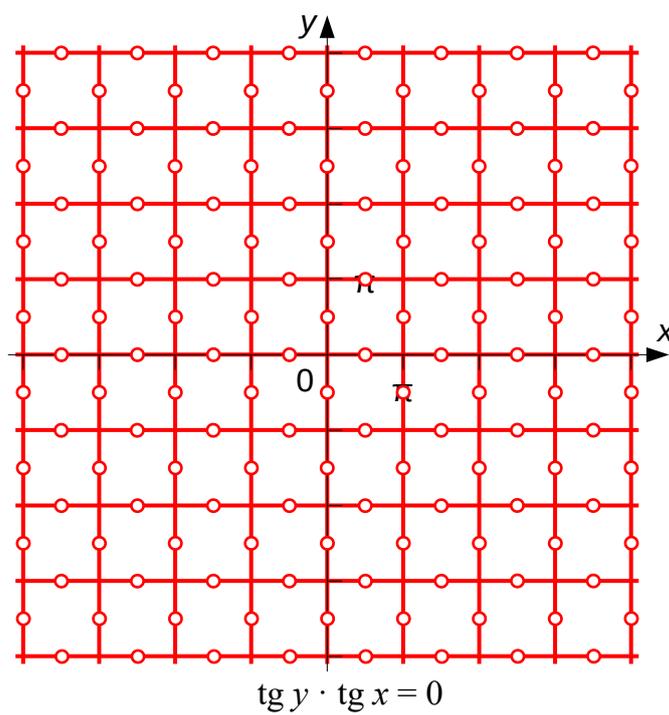


Рис. 3.

О т в е т



© Широков Александр, 22.07.2025