Школьные задачи / Алгебра / А-93

Построить на координатной плоскости график уравнения

$$[y]\cdot[x] = 0$$

(под целой частью числа t понимается наибольшее целое число, не превышающее заданное; её принято обозначать при помощи квадратных скобок: $[t]$; функция $f(t) = [t]$ определена на всём множестве действительных чисел).

Р е ш е н и е

Рассмотрим сначала уравнение следующего вида:

$$[t] = k\,,$$

где k – целое число. Корни такого уравнения на числовой оси образуют полуинтервал (см. также задание А-30):

$$k \leqslant t < k + 1$$

Поскольку произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, то

$$[y]\cdot[x] = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \left[\begin{array}{l}[y]=0\\ [x]=0\end{array}\right. \quad\Leftrightarrow\quad \left[\begin{array}{l}0\leqslant y<1\\ 0\leqslant x<1\end{array}\right.$$

На плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию $y \in [0;\,1)$ представляет область в виде горизонтально направленной полосы, причём нижний её край $(y = 0)$ будет входить в область, а верхний – нет, потому что вторая часть двойного неравенство $y < m + 1$ является строгой (рис. 1).

Аналогично, точки с координатами соответствующими требованию $x \in [0;\,1)$, на плоскости образуют вертикальную полосу, «левая» граница которой входит в её область, а правая – нет.

Графиком исходного уравнения будет объединение двух описанных областей («полос»), образующих на плоскости крестообразную фигуру.

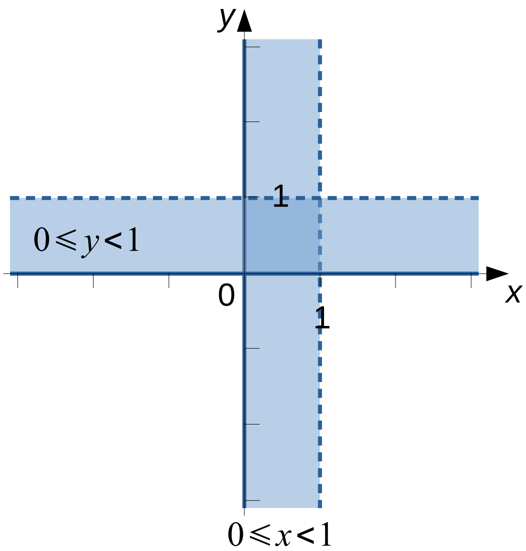
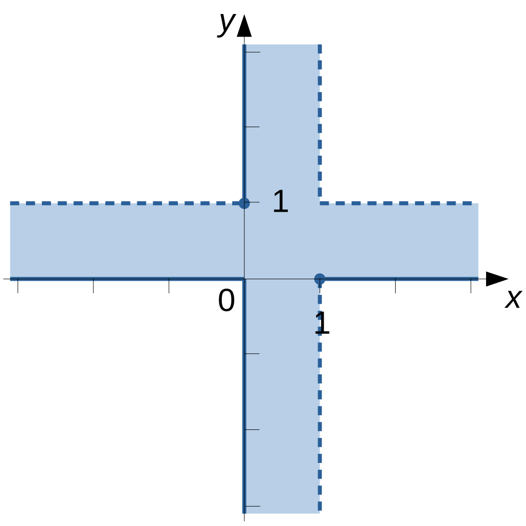


Рис. 1.

О т в е т



$[y]\cdot[x] = 0$