

## Школьные задачи / Геометрия / Г-2

Дано два равносторонних треугольника. При помощи циркуля и линейки построить третий равносторонний треугольник, площадь которого равна сумме площадей первых двух.

**Решение**

Рассмотрим сначала такой геометрический факт.

Как известно, площадь равностороннего треугольника  $S$  со стороной  $x$  выражается формулой:

$$S = x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

По теореме Пифагора для любого прямоугольного треугольника с катетами  $a$  и  $b$  и гипотенузой  $c$ :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Если домножить обе части этого равенства на  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ , то получится:

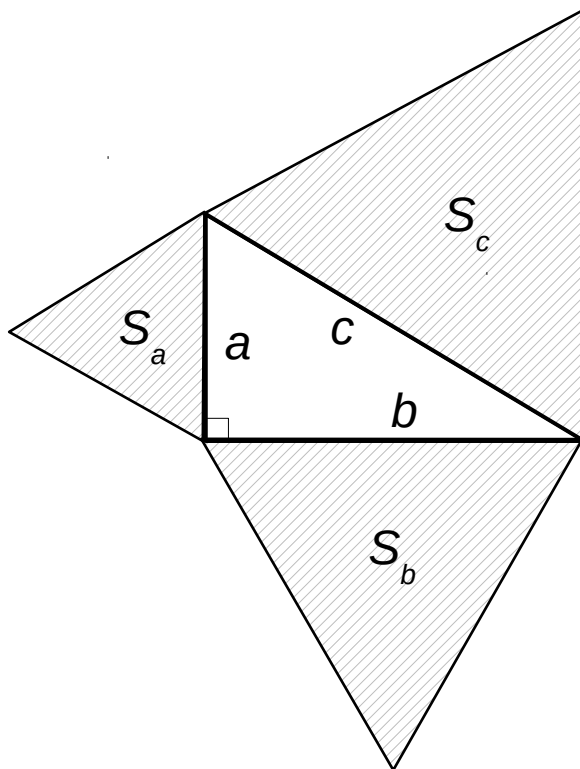
$$c^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + b^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

или

$$S_c = S_a + S_b,$$

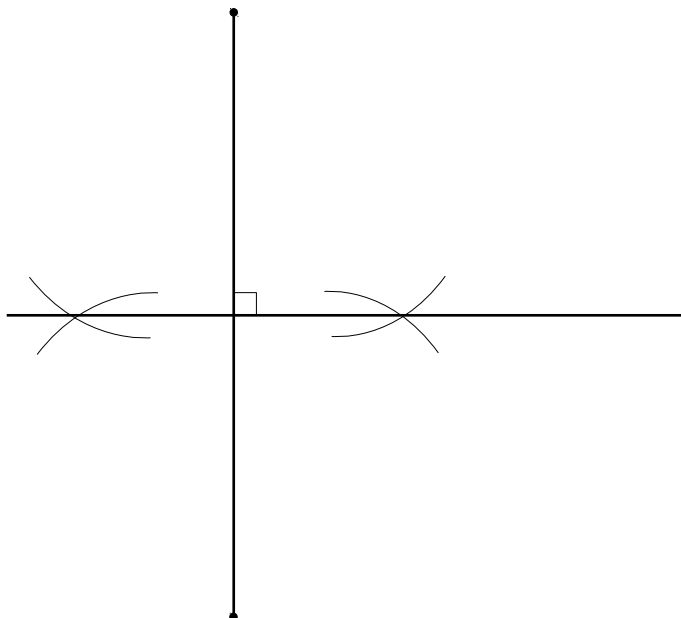
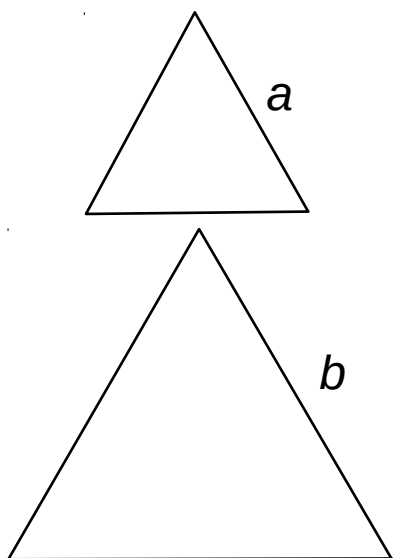
где  $S_a$ ,  $S_b$ ,  $S_c$  – площади равносторонних треугольников со сторонами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  соответственно.

Из полученного равенства следует, что площадь равностороннего треугольника, построенного на гипотенузе (т. е. треугольника, сторона которого составляет длину гипотенузы), равна сумме площадей равносторонних треугольников, построенных на катетах:

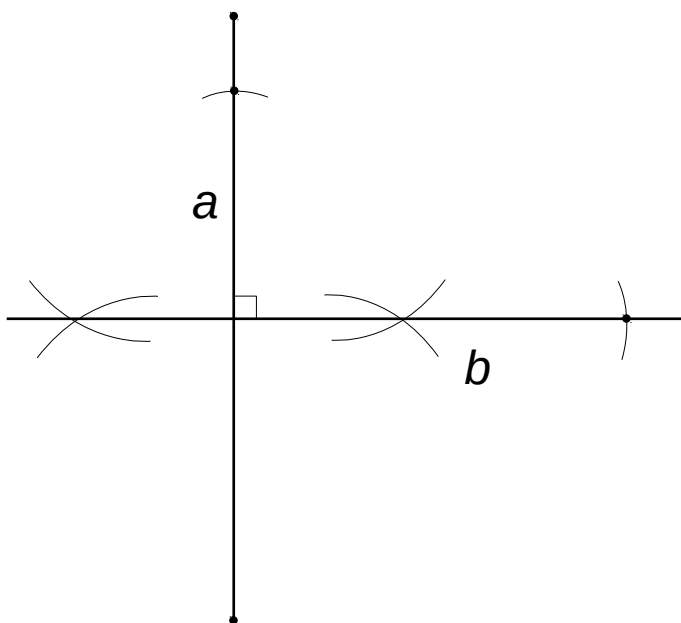
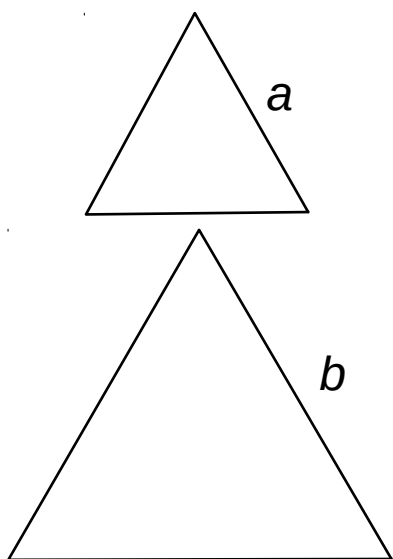


Из изложенного становится ясен алгоритм решения исходной задачи.

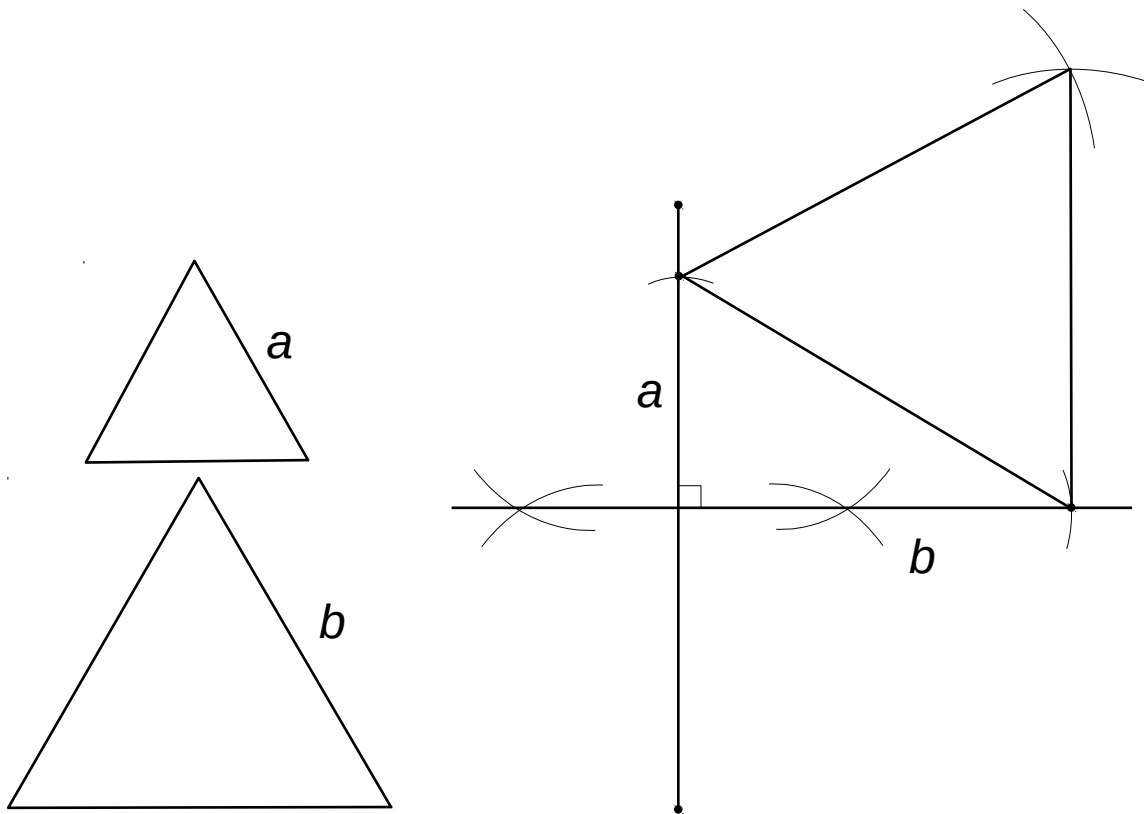
1. Пусть стороны двух данных равносторонних треугольников равны  $a$  и  $b$ . Берём произвольный отрезок и строим перпендикуляр к нему:



2. От точки пересечения с перпендикуляром на исходном отрезке отмечаем точку на расстоянии, равном  $a$ , а на самом перпендикуляре – на расстоянии, равном  $b$ :



3. Соединяем эти точки отрезком и на нём же строим равносторонний треугольник, который и будет искомым:



### Комментарий

Геометрический смысл теоремы Пифагора  $c^2 = a^2 + b^2$  обычно формулируют как равенство суммы площадей квадратов, построенных на катетах, площади квадрата, построенного на гипотенузе. В данной задаче показано, что аналогичная ситуация справедлива и в отношении равносторонних треугольников, а в книге Перельмана Я.И. «Живая математика»<sup>1</sup> описан случай о соотношении площадей полукругов, построенных на сторонах прямоугольного треугольника.

© Широков Александр, 11.05.2020

<sup>1</sup> Перельман Я.И. «Живая математика». Чебоксары: РИО типографии № 1 по заказу ТОО «Арта». 1994. 200 с.