

## Школьные задачи / Геометрия / Г-1

Доказать, что сумма синусов углов треугольника равна отношению периметра треугольника к диаметру описанной вокруг него окружности.

Решение

Рассмотрим треугольник  $\triangle ABC$  со сторонами  $a, b, c$  и углами  $\alpha, \beta, \gamma$ . Пусть  $R$  – радиус описанной вокруг треугольника окружности (рис. 1).

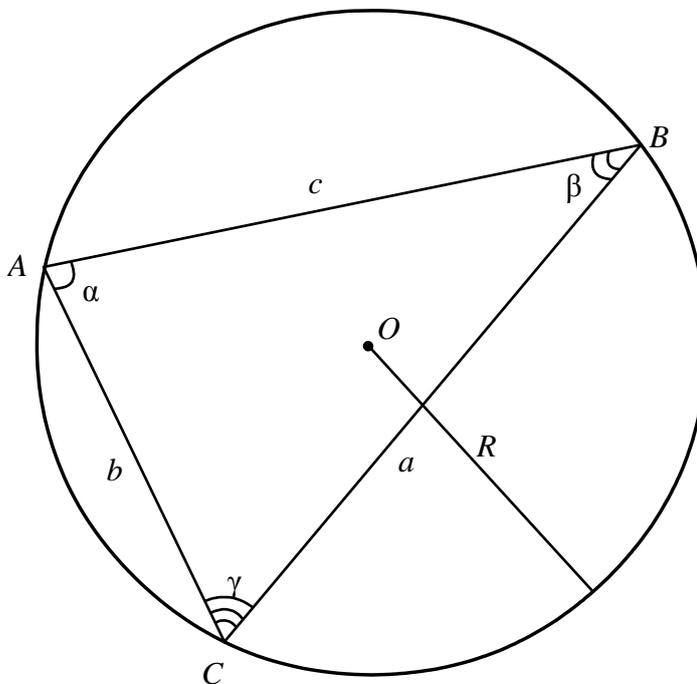


Рис. 1.

По теореме синусов и её следствию:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R,$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{2R}; \quad \sin \beta = \frac{b}{2R}; \quad \sin \gamma = \frac{c}{2R}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{a+b+c}{2R}$$

Так как  $2R = D$  ( $D$  – диаметр описанной окружности), то обозначив  $a + b + c = P$  ( $P$  – периметр треугольника), получим что

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = \frac{P}{D}$$

q.e.d.

© Широков Александр, 14.08.2019