

Школьные задачи / Алгебра / А-4

Построить график функции:

$$y = \frac{1}{2} \cdot (|x^2 - 1| - (x^2 - 1))$$

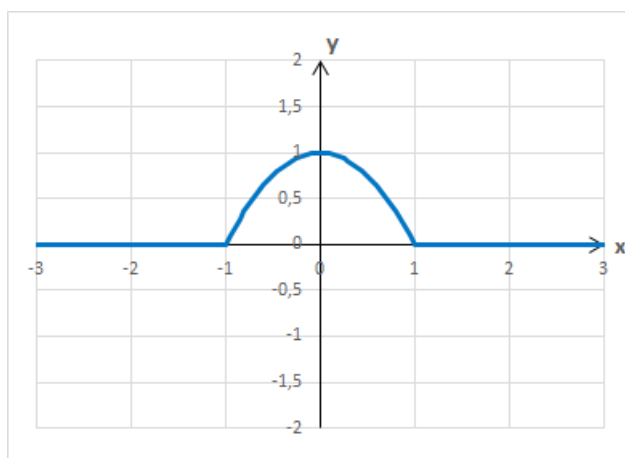
Решение

Для построения графика функции раскроем модуль, рассмотрев случаи, когда стоящее под ним выражение имеет разный знак, для чего проведём следующие равносильные преобразования:

$$y = \frac{1}{2} \cdot (|x^2 - 1| - (x^2 - 1)) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ y = \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 1 - x^2 + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 < 0 \\ y = \frac{1}{2} \cdot (-(x^2 - 1) - (x^2 - 1)) \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 1 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ -1 < x < 1 \\ x \geq 1 \\ y = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 1 \\ y = \frac{1}{2} \cdot (-2 \cdot (x^2 - 1)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ y = 1 - x^2 \end{cases}$$

Таким образом, в случае, когда $x \leq -1$ или $x \geq 1$ график функции представляет собой прямую линию, совпадающую с осью абсцисс, а на интервале значений аргумента $-1 < x < 1$ график функции является параболой $y = x^2$, «ветви» которой опущены вниз, а вершина смещена вдоль оси ординат на единицу вверх – в целом такой график отдалённо напоминает мексиканскую шляпу «сомбреро».

Ответ



© Широков Александр, 25.11.2020