

Школьные задачи / Алгебра / А-24

Построить график уравнения:

$$y^2 = \left(\{x\} - \frac{1}{2} \right)^2$$

(дробную часть числа x принято обозначать в фигурных скобках: $\{x\}$; функция $y = \{x\}$ определена на всём множестве действительных чисел, область её значений – полуинтервал $[0; 1)$, она является периодической функцией с периодом, равным 1).

Решение

Обе части уравнения неотрицательны, поэтому при извлечении квадратного корня из них также получится верное равенство:

$$y^2 = \left(\{x\} - \frac{1}{2} \right)^2 \Leftrightarrow \sqrt{y^2} = \sqrt{\left(\{x\} - \frac{1}{2} \right)^2} \Leftrightarrow |y| = \left| \{x\} - \frac{1}{2} \right|$$

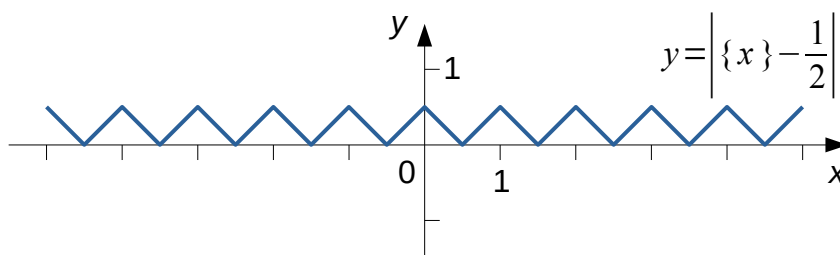
Рассмотрим два варианта: когда $y \geq 0$ и когда $y < 0$.

1) $y \geq 0$

Тогда $|y| = y$ и

$$y = \left| \{x\} - \frac{1}{2} \right|$$

Построение графика такой функции разобрано в решении задачи А-17:

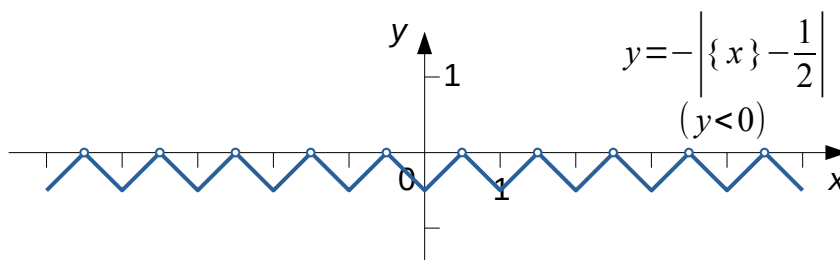


2) $y < 0$

В этом случае $|y| = -y$ и

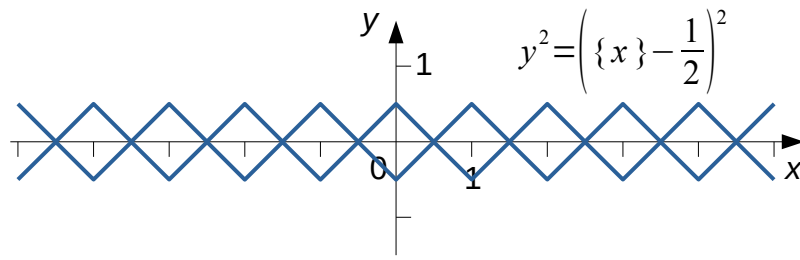
$$y = - \left| \{x\} - \frac{1}{2} \right|$$

График этой функции выглядит как зеркально отражённый вниз относительно оси абсцисс график $y = \left| \{x\} - \frac{1}{2} \right|$ с «выколотыми» на этой оси точками (из-за того, что требование $y < 0$ является строгим неравенством):



Ответом в задаче будет объединение двух изображённых кривых. Иными словами, графиком заданного в условии уравнения является бесконечная последовательность касающихся друг друга вершинами квадратов, расположенных наискосок вдоль оси абсцисс.

О т в е т



© Широков Александр, 06.04.2024