Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:

$$x^2 + y^2 = |2x| + |2y| - 1$$

Р е ш е н и е

Следует рассмотреть четыре случая.

Случай 1: $x \geq 0$, $y \geq 0$, в соответствие с этим исходное выражение можно записать так:

$$x^2 + y^2 = 2x + 2y - 1$$

Преобразуем его следующим образом: сначала перенесём все имеющиеся слагаемые в левую часть:

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y = 0$$

после чего добавим к обеим частям равенства по единице:

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 1$$

или

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1^2$$

Получившееся выражение – уравнение окружности единичного радиуса с центром в точке (1; 1), то есть для $x \geq 0$, $y \geq 0$ множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному выражению, выглядит следующим образом:

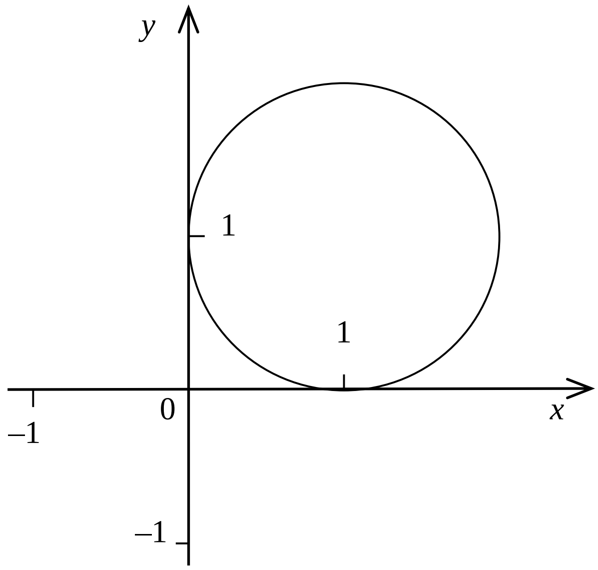

Рис. 1.

Случай 2: $x < 0$, $y \geq 0$. Начальное уравнение можно переписать в следующем виде:

$$x^2 + y^2 = -2x + 2y - 1$$

Используя преобразования, что и в первом случае, можно получить:

$$(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1^2$$

Видно, что для $x < 0$, $y \geq 0$ (второй квадрант координатной плоскости) получается уравнение окружности единичного радиуса, координаты центра которой – точка (–1; 1):

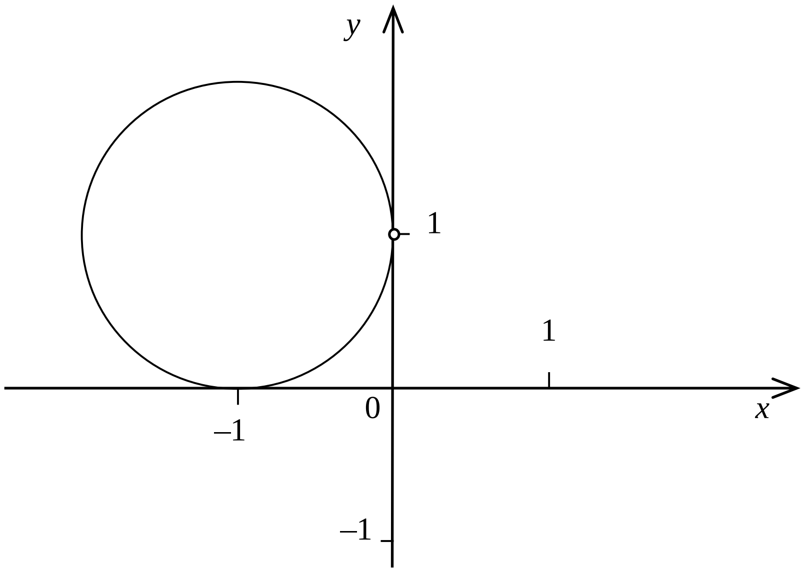

Рис. 2.

Рассмотрение случаев 3 ($x < 0$, $y < 0$) и 4 ($x \geq 0$, $y < 0$) по аналогии с предыдущими двумя приводит к окружностям с радиусом 1, расположенным в третьем и четвёртом квадрантах с центрами в точках (–1; –1) и (1; –1) соответственно. Окончательное решение задачи будет представлять собой объединение решений каждого из рассмотренных случаев (четыре единичные окружности).

Ответ

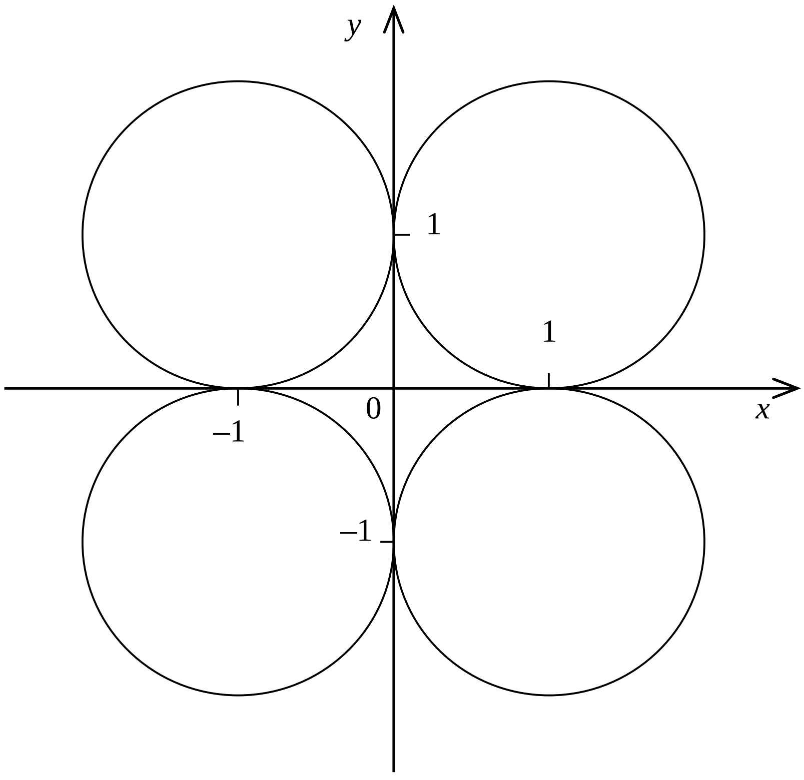

Рис. 3.