

Школьные задачи / Алгебра / А-16

Изобразить множество точек, координаты которых удовлетворяют условию:
 $y^2 = x^2$

Решение

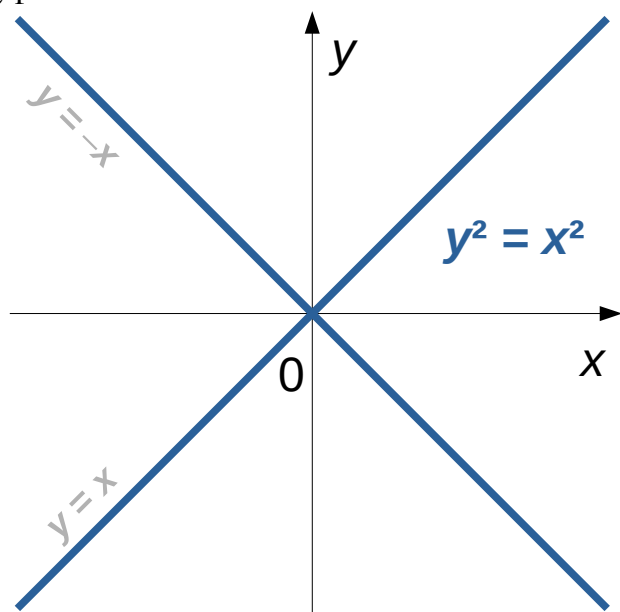
Выполним равносильные преобразования:

$$y^2 = x^2 \Leftrightarrow y^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow (y - x) \cdot (y + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 0 \\ y + x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ y = -x \end{cases}$$

Как видно, исходному условию задачи равносильно объединение двух выражений. Первое ($y = x$) на координатной плоскости может быть представлено как прямая линия, проходящая через начало координат и образующая с положительным направлением оси абсцисс угол 45° . Второе выражение ($y = -x$) также можно представить как проходящую через начало координат прямую, образующую с положительным направлением оси абсцисс угол 135° .

Таким образом в декартовой прямоугольной системе координат множество точек, координаты которых удовлетворяют требованию $y^2 = x^2$, представляет собой две пересекающиеся прямые, образующие крестообразную фигуру.

Ответ



Комментарий

Задачу можно решить иначе. Благодаря неотрицательности правой и левой частей в исходном условии ($y^2 = x^2$) можно из них извлечь квадратный корень и получить равносильное выражение: $|y| = |x|$. В этом случае для изображения требуемого множества точек на координатной плоскости нужно рассмотреть два варианта:

1) $y \geq 0$

В этом случае $y = |x|$ и получается график функции модуля числа, имеющий вид «галки» (рис. 1).

2) $y < 0$

Тогда $-y = |x|$ или, что тоже самое, $y = -|x|$. График такой функции выглядит как «перевёрнутая галка» с «выколотой» точкой $(0; 0)$ (рис. 2).

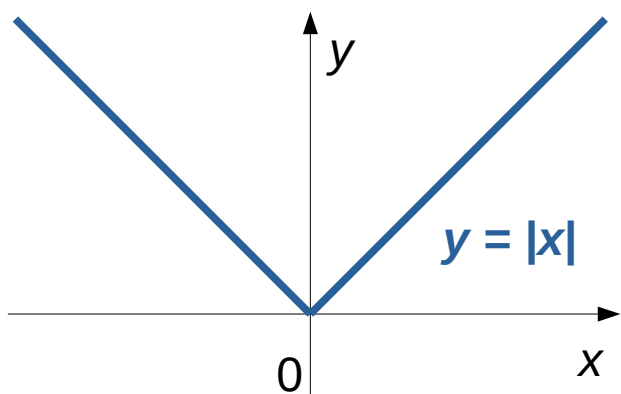


Рис. 1.

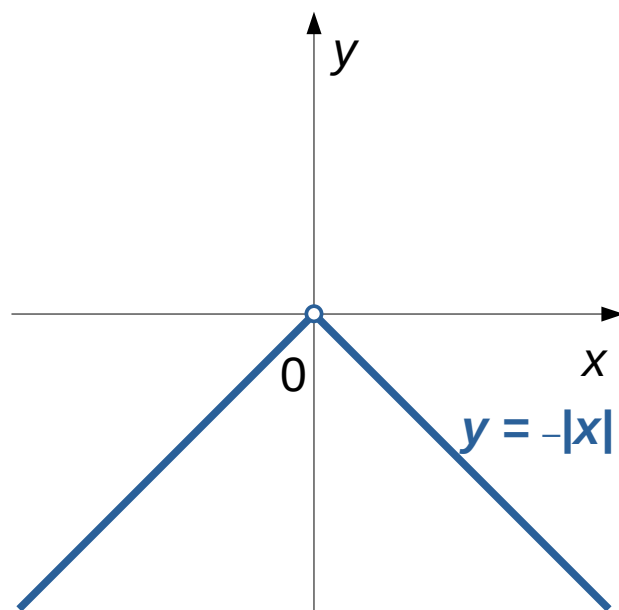


Рис. 2.

При объединении графиков также получается крестообразная фигура, являющаяся множеством точек, координаты которых соответствуют требованию условий задачи.

© Широков Александр, 06.02.2024